# La vérification des programmes par interprétation abstraite

Patrick Cousot

École normale supérieure

Patrick.Cousot@ens.fr www.di.ens.fr/~cousot

Équipe-projet INRIA Paris–Rocquencourt/CNRS/ENS « Abstraction »

Séminaire

Chaire d'innovation technologique Liliane Bettencourt

Collège de France, 22 février 2008

# 1. Exemples classiques de bugs

# Exemples classiques de bugs du calcul en entiers

# Le programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

$\leftarrow \texttt{fact}(n) = 2 \times 3 \times \cdots \times n$

# Le programme factorielle (`fact.c`)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;                          ← lire n (tapé au clavier)
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;           ← écrire n ! = fact(n)
}
```

# Compilation [1] du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
%
```

[1] Voir la leçon du 8 février 2008 et le séminaire de Xavier Leroy

# Exécution du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
% ./fact.exec
3
3 ! = 6
% ./fact.exec
4
4 ! = 24
%
```

# Exécution du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
% ./fact.exec
3
3 ! = 6
% ./fact.exec
4
4 ! = 24
% ./fact.exec
100
```

# Exécution du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
% ./fact.exec
3
3 ! = 6
% ./fact.exec
4
4 ! = 24
% ./fact.exec
100
100 ! = 0
%
```

# Exécution du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
% ./fact.exec
3
3 ! = 6
% ./fact.exec
4
4 ! = 24
% ./fact.exec
100
100 ! = 0
% ./fact.exec
20
```

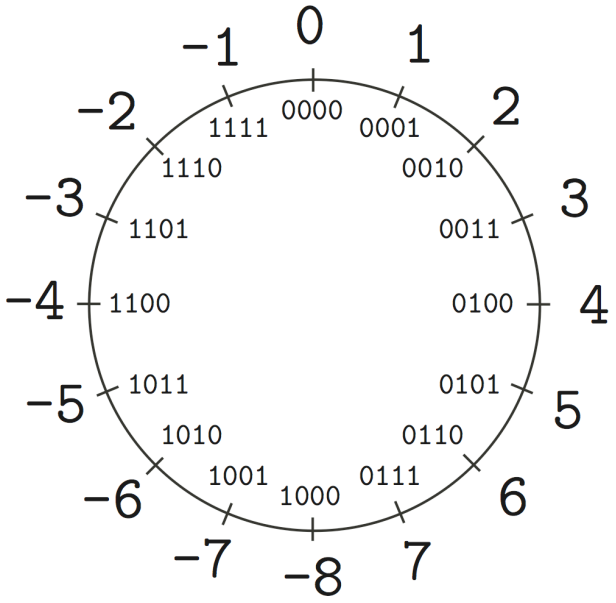
# Exécution du programme factorielle (fact.c)

```
#include <stdio.h>
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
int main() { int n ;
  scanf("%d",&n) ;
  printf("%d !=%d\n",n,fact(n)) ;
}
```

```
% gcc fact.c -o fact.exec
% ./fact.exec
3
3 ! = 6
% ./fact.exec
4
4 ! = 24
% ./fact.exec
100
100 ! = 0
% ./fact.exec
20
20 ! = -2102132736
```

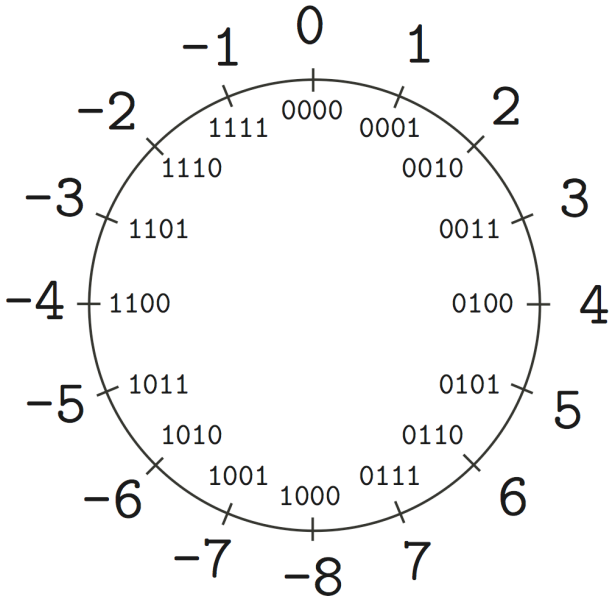
# À la chasse au bug

- Les ordinateurs utilisent une arithmétique entière modulaire sur $n$ bits (où $n = 16, 32, 64$, etc)
- Exemple d'une représentation des entiers sur 4 bits (en *complément à deux*) :



# À la chasse au bug

- Les ordinateurs utilisent une arithmétique entière modulaire sur $n$ bits (où $n = 16, 32, 64$, etc)
- Exemple d'une représentation des entiers sur 4 bits (en *complément à deux*) :

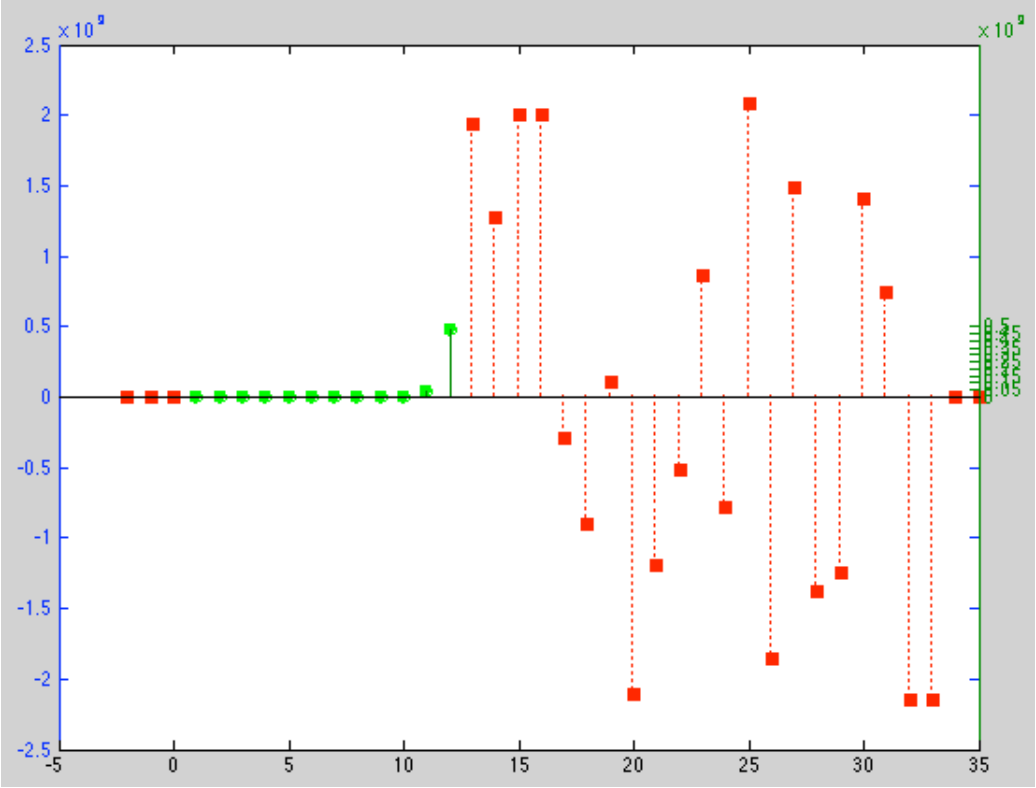



- Seuls les entiers entre -8 et 7 sont représentés sur 4 bits
- On obtient $7 + 2 = -7$

  $7 + 9 = 0$

# Le bug est une défaillance du programmeur

En machine, la fonction `fact(n)` ne coincide avec $n! = 2 \times 3 \times .... \times n$ sur les entiers que pour $1 \leqslant n \leqslant 12$ :



# Et en OCaml on a un résultat différent !

```
let rec fact n = if (n = 1) then 1 else n * fact(n-1);;
```

| fact(n) | C | OCaml |
|---|---|---|
| fact(1) | 1 | 1 |
| ... | ... | ... |
| fact(12) | 479001600 | 479001600 |
| fact(13) | 1932053504 | −215430144 |
| fact(14) | 1278945280 | −868538368 |
| fact(15) | 2004310016 | −143173632 |
| fact(16) | 2004189184 | −143294464 |
| fact(17) | −288522240 | −288522240 |
| fact(18) | −898433024 | −898433024 |
| fact(19) | 109641728 | 109641728 |
| fact(20) | −2102132736 | 45350912 |
| fact(21) | −1195114496 | 952369152 |
| fact(22) | −522715136 | −522715136 |
| fact(23) | 862453760 | 862453760 |
| fact(24) | −775946240 | −775946240 |
| fact(25) | 2076180480 | −71303168 |
| fact(26) | −1853882368 | 293601280 |
| fact(27) | 1484783616 | −662700032 |
| fact(28) | −1375731712 | 771751936 |
| fact(29) | −1241513984 | 905969664 |
| fact(30) | 1409286144 | −738197504 |
| fact(31) | 738197504 | 738197504 |
| fact(32) | −2147483648 | 0 |
| fact(33) | −2147483648 | 0 |
| fact(34) | 0 | 0 |

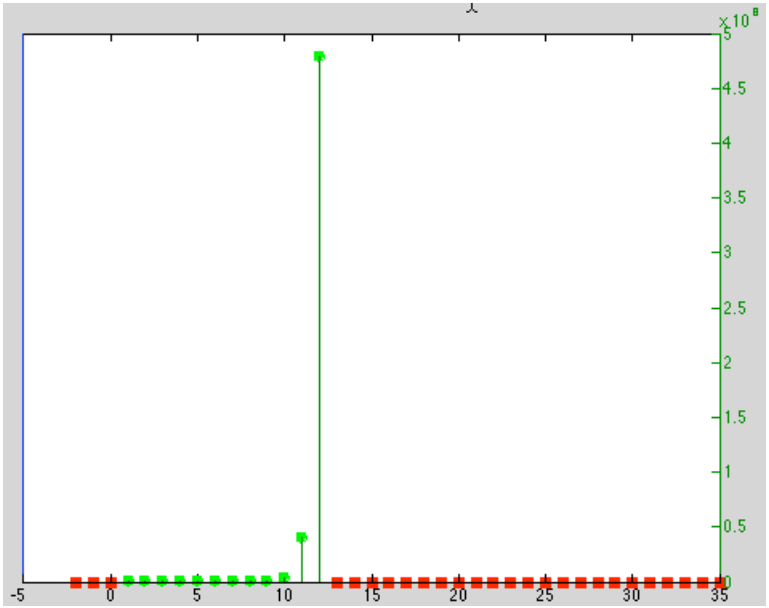
Pourquoi ? Que fait `fact(-1)` ?

# Preuve d'absence d'erreurs à l'exécution par analyse statique

```
% cat -n fact_lim.c
 1 int MAXINT = 2147483647 ;
 2 int fact (int n) {
 3     int r, i ;
 4     if (n < 1) || (n = MAXINT) {
 5         r = 0 ;
 6     } else {
 7         r = 1 ;
 8         for (i = 2 ; i<=n ; i++) {
 9             if (r <= (MAXINT / i)) {
10                 r = r * i ;
11             } else {
12                 r = 0 ;
13             }
14         }
15     }
16     return r ;
17 }
18
19 int main() {
20     int n, f ;
21     f = fact(n) ;
22 }
```

```
% astree -exec-fn main fact_lim.c |& grep WARN
%
```

→ Aucune alarme !



# Exemples classiques de bugs du calcul en flottants

# Les modèles et leur réalisation sur machine

- Les modélisations mathématiques des systèmes physiques utilisent les nombres réels
- Les langages informatiques de modélisation (comme SCADE [2]) utilisent les nombres réels
- Les nombres réels sont difficilement représentables en machine ($\pi$ a un nombre infini de décimales)
- Les langages informatiques de programmation (comme C ou OCAML) utilisent les nombres flottants

[2] Voir la leçon du 15 février 2008

# Les flottants

- Les *nombres flottants* sont un sous-ensemble des *rationnels*
- Par exemple on peut représenter 32 flottants sur 6 bits, les 16 flottants positifs étant répartis comme suit :


- Quand les calculs réels ne tombent pas juste, il faut *arrondir* vers un flottant proche

# Exemple d'erreur d'arrondi (1)

$$(x + a) - (x - a) = 2a$$

```
#include <stdio.h>
int main() {
  double x, a; float y, z;
  x = 1125899973951488.0;
  a = 1.0;
  y = (x+a);
  z = (x-a);
  printf("%f\n", y-z);
}
```

```
% gcc arrondi1.c -o arrondi1.exec
% ./arrondi1.exec
```

# Exemple d'erreur d'arrondi (1)

$$(x + a) - (x - a) \neq 2a$$

```
#include <stdio.h>
int main() {
  double x, a; float y, z;
  x = 1125899973951488.0;
  a = 1.0;
  y = (x+a);
  z = (x-a);
  printf("%f\n", y-z);
}
```

```
% gcc arrondi1.c -o arrondi1.exec
% ./arrondi1.exec
134217728.000000
%
```

# Exemple d'erreur d'arrondi (2)

$$(x + a) - (x - a) \neq 2a$$

```
#include <stdio.h>
int main() {
  double x, a; float y, z;
  x = 1125899973951487.0;
  a = 1.0;
  y = (x+a);
  z = (x-a);
  printf("%f\n", y-z);
}
```

```
% gcc arrondi2.c -o arrondi2.exec
% ./arrondi2.exec
```

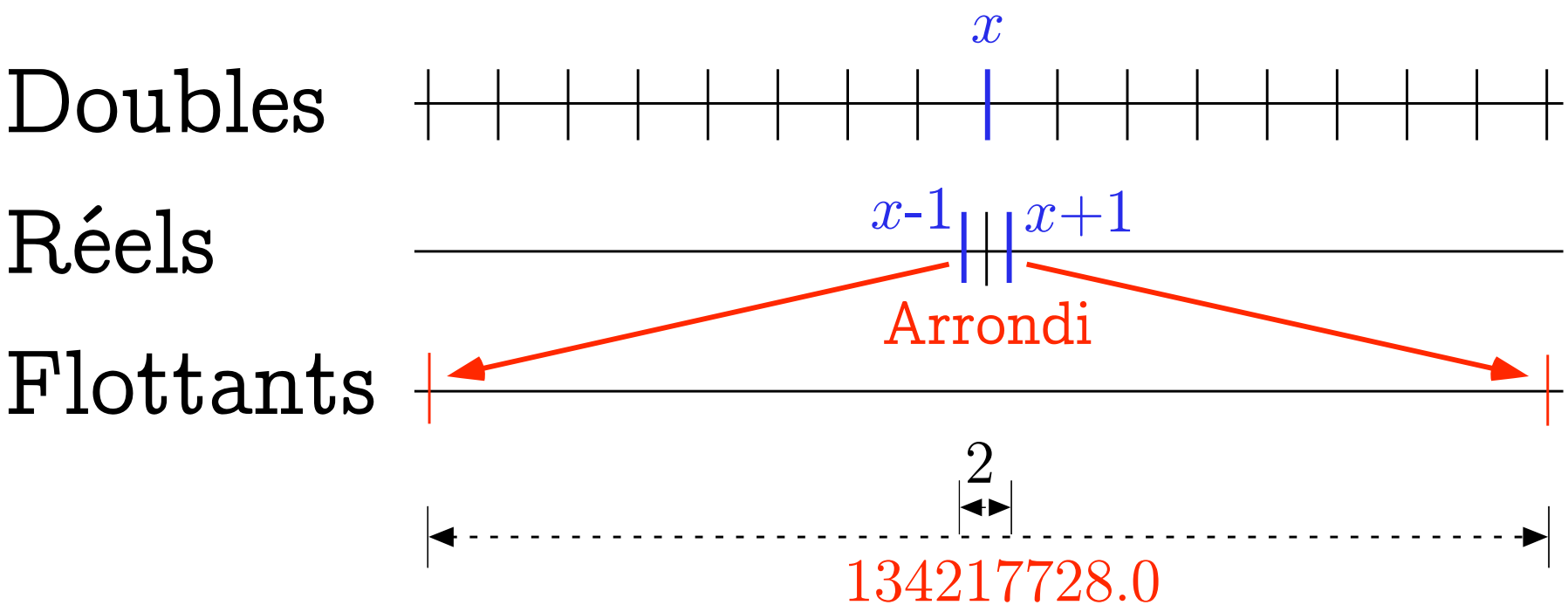
# Exemple d'erreur d'arrondi (2)

$$(x + a) - (x - a) \neq 2a$$

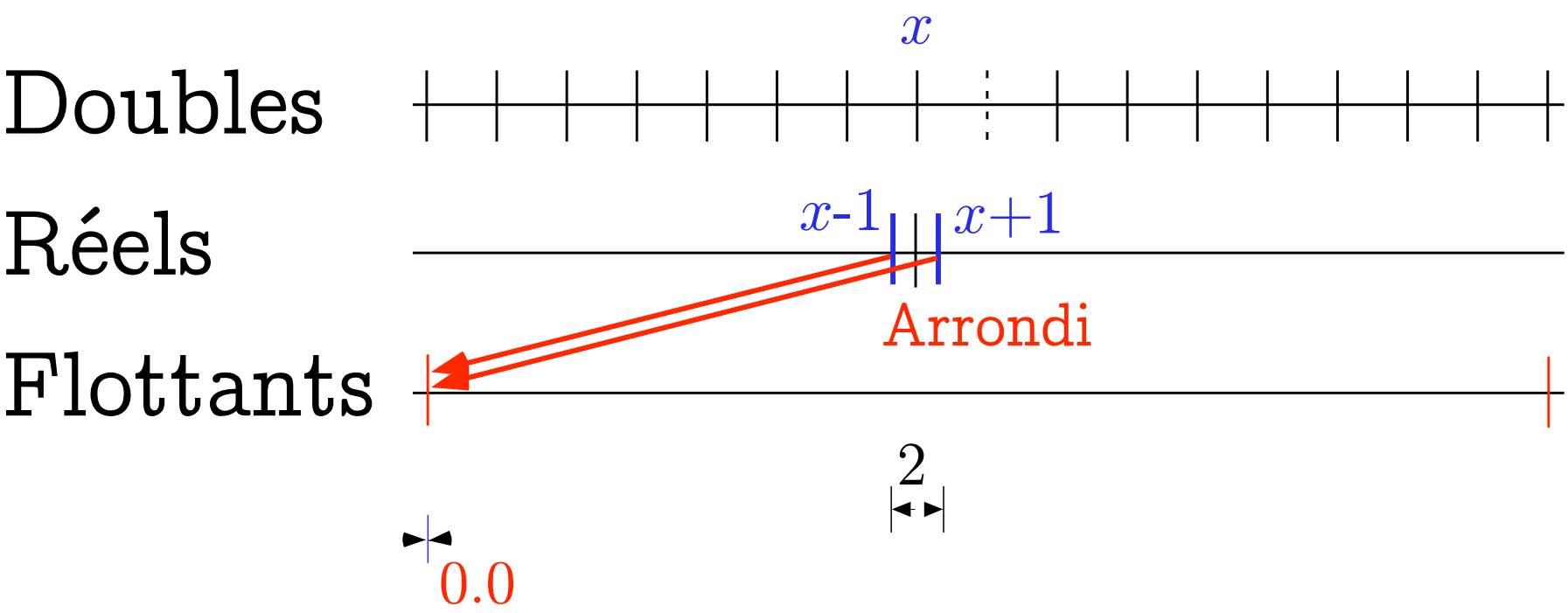
```
#include <stdio.h>
int main() {
  double x, a; float y, z;
  x = 1125899973951487.0;
  a = 1.0;
  y = (x+a);
  z = (x-a);
  printf("%f\n", y-z);
}
```

```
% gcc arrondi2.c -o arrondi2.exec
% ./arrondi2.exec
0.000000
%
```

# À la chasse au bug (1)



# À la chasse au bug (2)

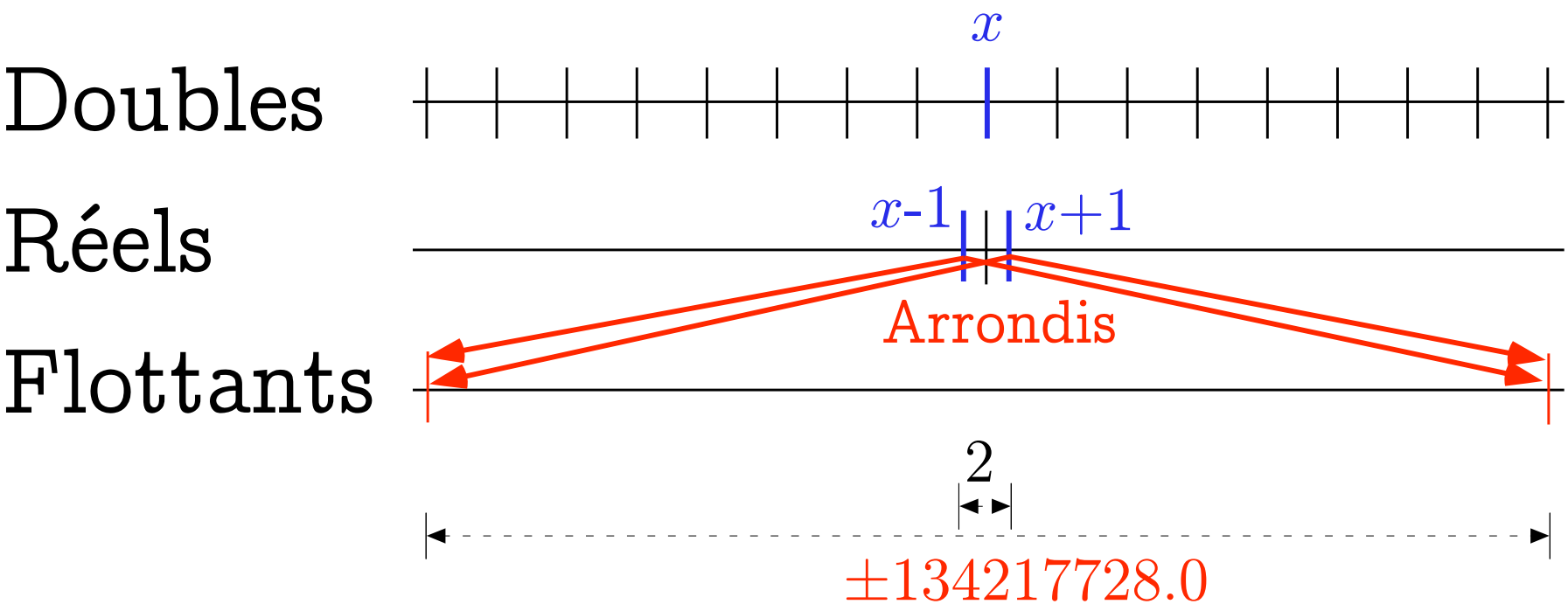


# Preuve d'absence d'erreurs à l'exécution par analyse statique

```
% cat -n arrondi3.c
     1 int main() {
     2     double x; float y, z, r;;
     3     x = 1125899973951488.0;
     4     y = x + 1;
     5     z = x - 1;
     6     r = y - z;
     7     __ASTREE_log_vars((r));
     8 }
% astree -exec-fn main -print-float-digits 10 arrondi3.c \
  |& grep "r in "
direct = <float-interval : r in [-134217728, 134217728] >
```
(3)

(3) ASTRÉE considère le pire des cas d'arrondi (vers $+\infty$, $-\infty$, 0 ou au plus proche) d'où la possibilité d'obtenir -134217728.

# Vérification faite dans le pire des cas



# Exemples de bugs dus à des erreurs d'arrondi

- Le bug du missile patriote ratant les Scuds en 1991 à cause une horloge incrémentée par $\frac{1}{10}^{\text{ème}}$ de seconde ($(0,1)_{10} = (0,0001100110011001100\ldots)_2$ en binaire)
- Le bug d'Exel 2007 : $77{,}1 \times 850$ qui donne 65.535 mais s'affiche en 100.000 ! (4)

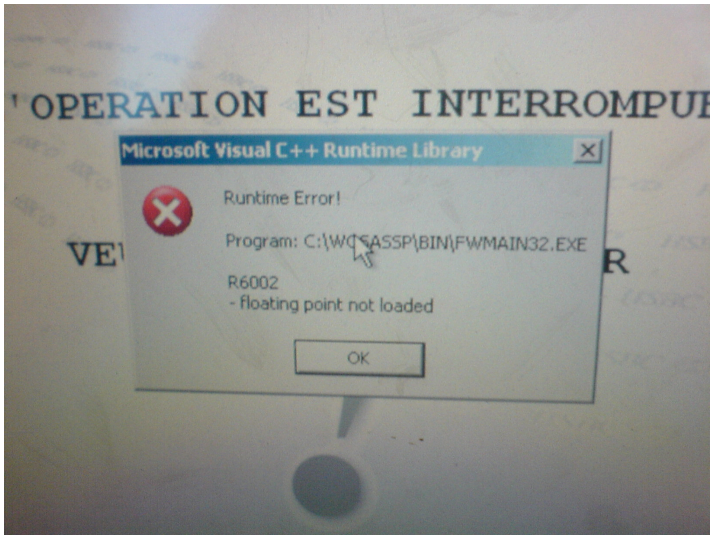
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 65535-2^(-37) | 100000 | 65536-2^(-37) | 100001 |
| 3 | 65535-2^(-36) | 100000 | 65536-2^(-36) | 100001 |
| 4 | 65535-2^(-35) | 100000 | 65536-2^(-35) | 100001 |
| 5 | 65535-2^(-34) | 65535 | 65536-2^(-34) | 65536 |
| 6 | 65535-2^(-36)-2^(-37) | 100000 | 65536-2^(-36)-2^(-37) | 100001 |
| 7 | 65535-2^(-35)-2^(-37) | 100000 | 65536-2^(-35)-2^(-37) | 100001 |
| 8 | 65535-2^(-35)-2^(-36) | 100000 | 65536-2^(-35)-2^(-36) | 100001 |
| 9 | 65535-2^(-35)-2^(-36)-2^(-37) | 65535 | 65536-2^(-35)-2^(-36)-2^(-37) | 65536 |

(4) Erreur d'arrondi incorrect lors de la traduction de flottants IEEE 754 sur 64 bits en chaîne de caractères Unicode qui conduit à un mauvais alignement dans une table de conversion. Le bug apparaît exactement pour six nombres entre 65534.99999999995 et 65535 et six entre 65535.99999999995 et 65536.

# Les bugs dans le monde numérisé quotidien

# Les bugs sont fréquents dans la vie quotidienne

- Les bugs se trouvent dans les banques, les voitures, les téléphones, les machines à laver, . . .
- Exemple (bug dans un distributeur de monnaie au 19 Boulevard Sébastopol à Paris, le 21 novembre 2006 à $8^{h}30$) :

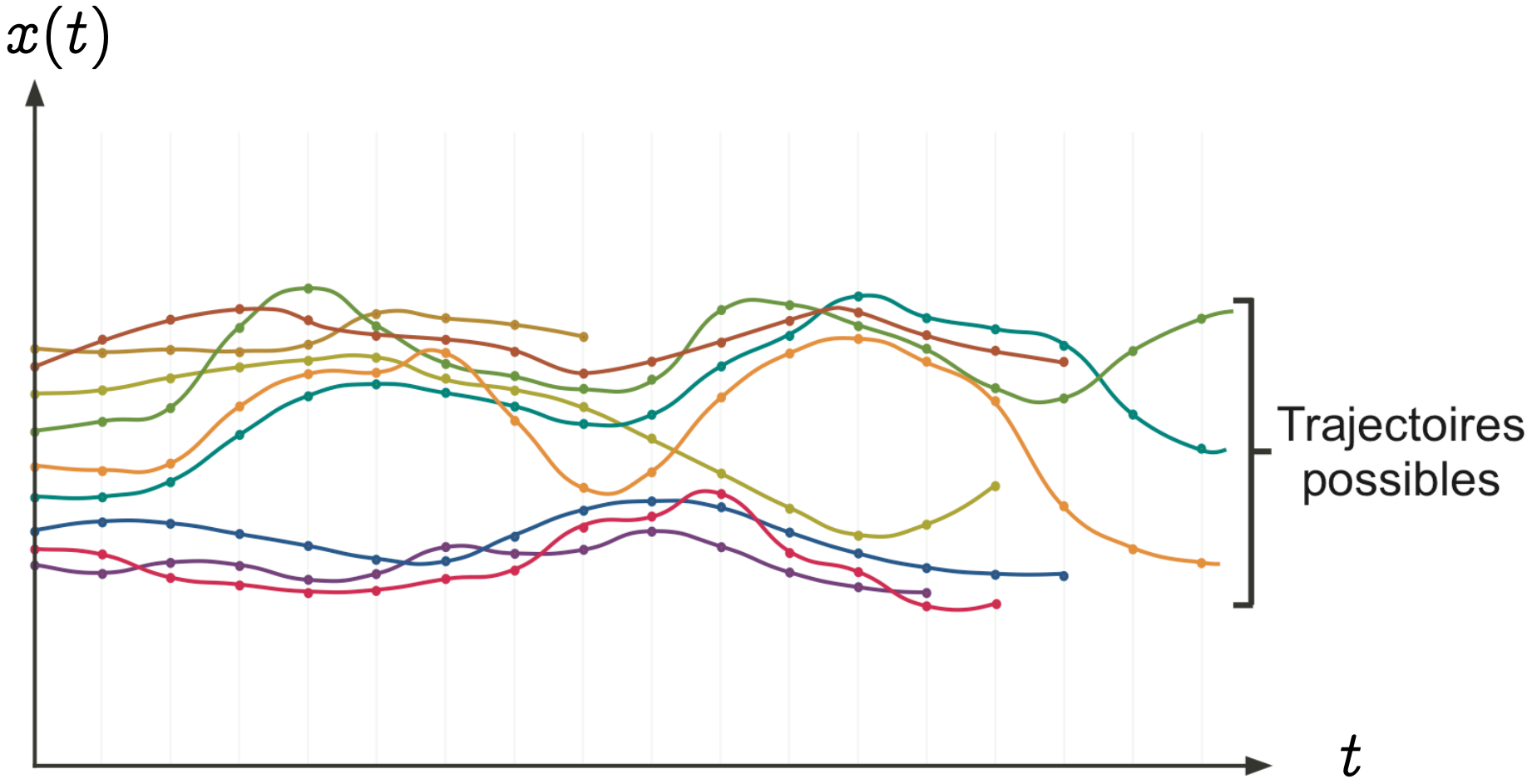
# 2. La vérification des programmes

# Principe de la vérification des programmes

- Définir une sémantique du langage (c'est-à-dire l'effet de l'exécution des programmes du langage)
- Définir une spécification (exemple : pas d'erreur à l'exécution comme une division par zéro, un débordement arithmétique, etc)
- Faire une preuve formelle que la sémantique satisfait la spécification
- Utiliser l'ordinateur pour automatiser la preuve

# Sémantique des programmes

# Sémantique opérationnelle du programme $P$




Sémantique $[\![P]\!]$

# Exemple : trace d'exécution de `fact(4)` [5]

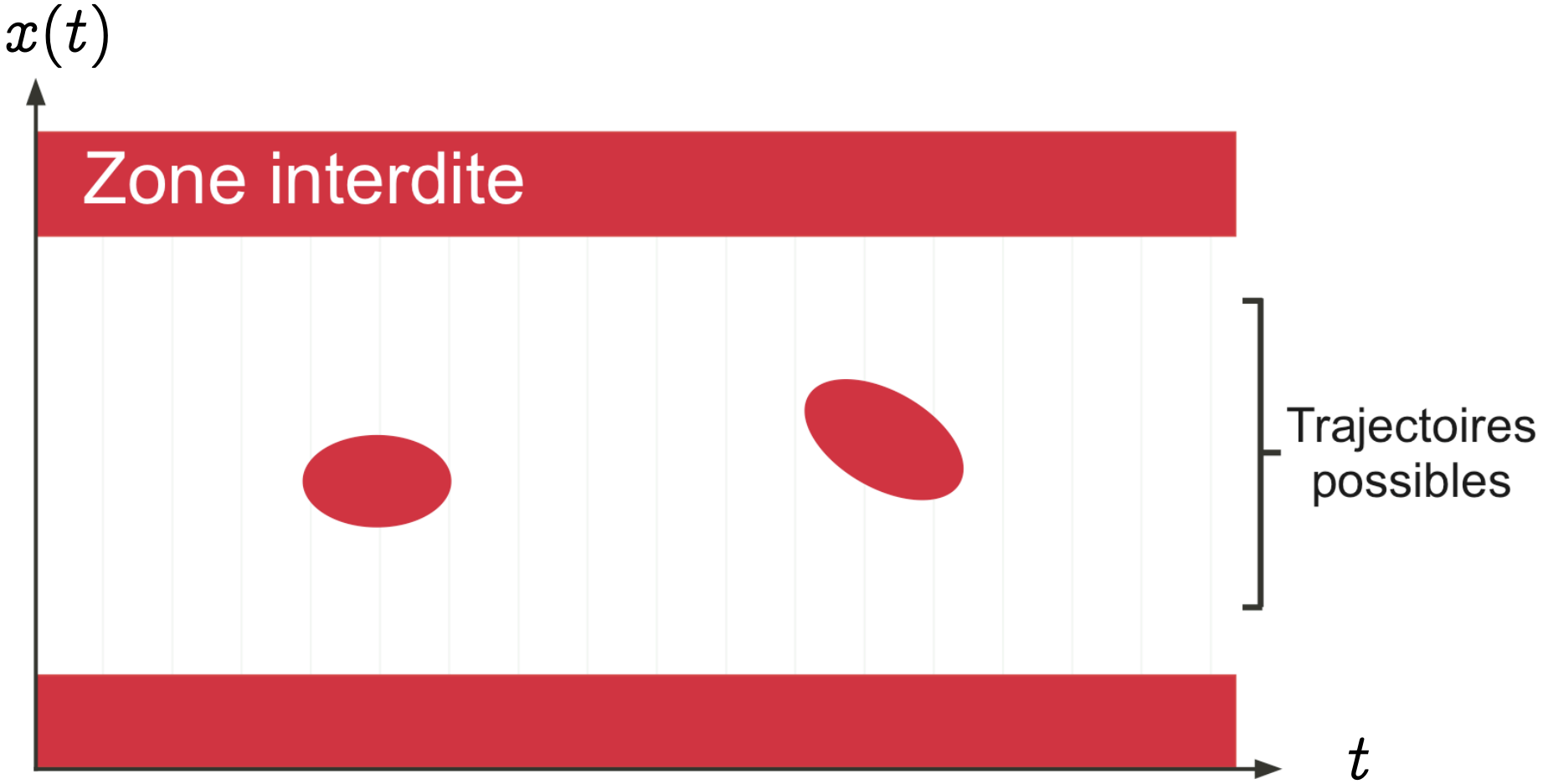
```
int fact (int n ) {
  int r = 1, i ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {
    r = r*i ;
  }
  return r ;
}
```

- $n \leftarrow 4; r \leftarrow 1;$
- $i \leftarrow 2; r \leftarrow 1 \times 2 = 1;$
- $i \leftarrow 3; r \leftarrow 2 \times 3 = 6;$
- $i \leftarrow 4; r \leftarrow 6 \times 4 = 24;$
- $i \leftarrow 5;$
- return 24;

(5) Voir la leçon du 22 février 2008

# Spécification des programmes

# Spécification du programme $P$



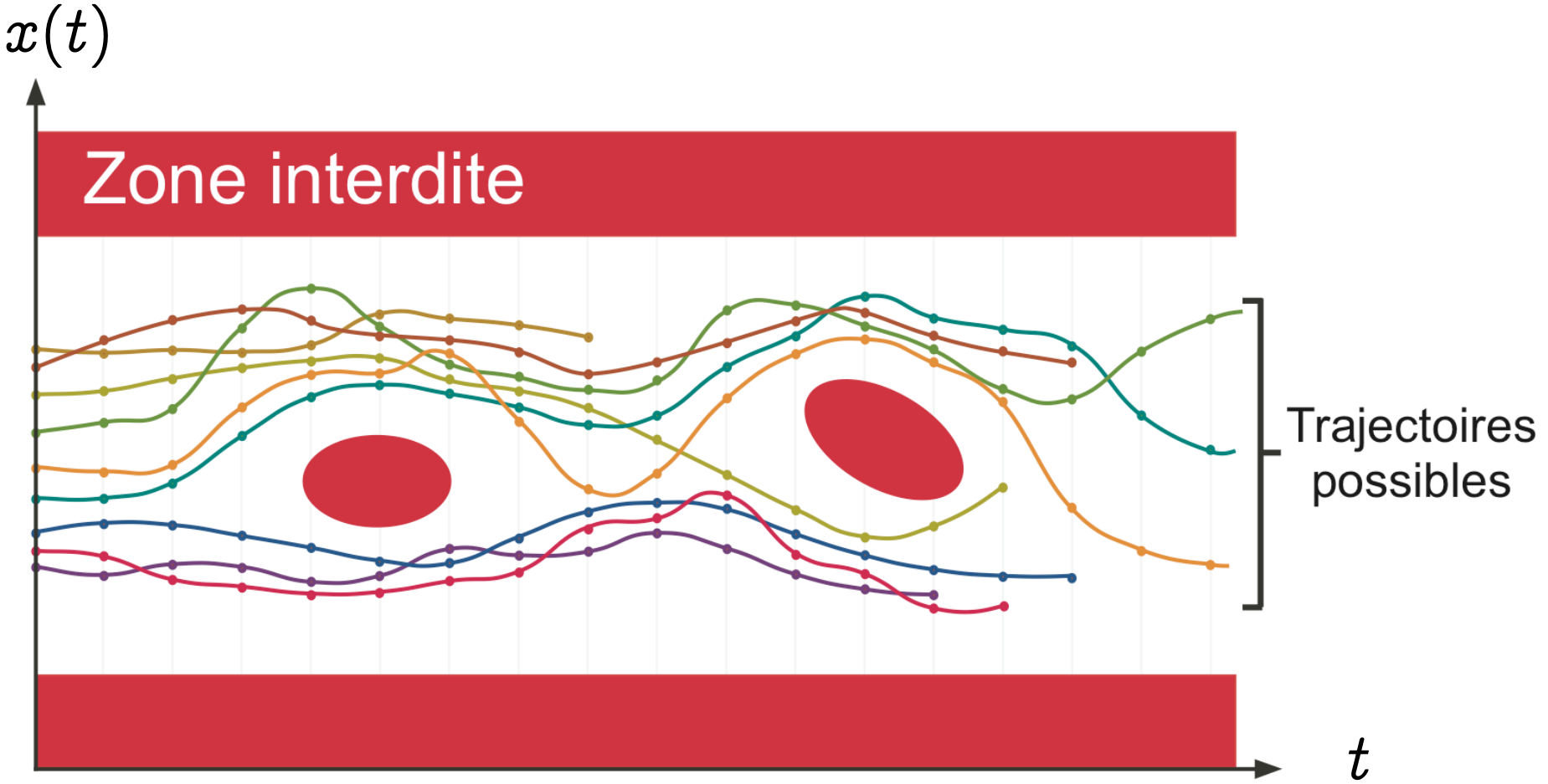

Spécification $[\![P]\!]$

# Exemple de spécification

```
int fact (int n ) {
  int r, i ;
  r = 1 ;
  for (i=2 ; i<=n ; i++) {      ← pas de débordement de i++
    r = r*i ;                   ← pas de débordement de r*i
  }
  return r ;
}
```

# Preuve formelle

# Preuve formelle du programme $P$



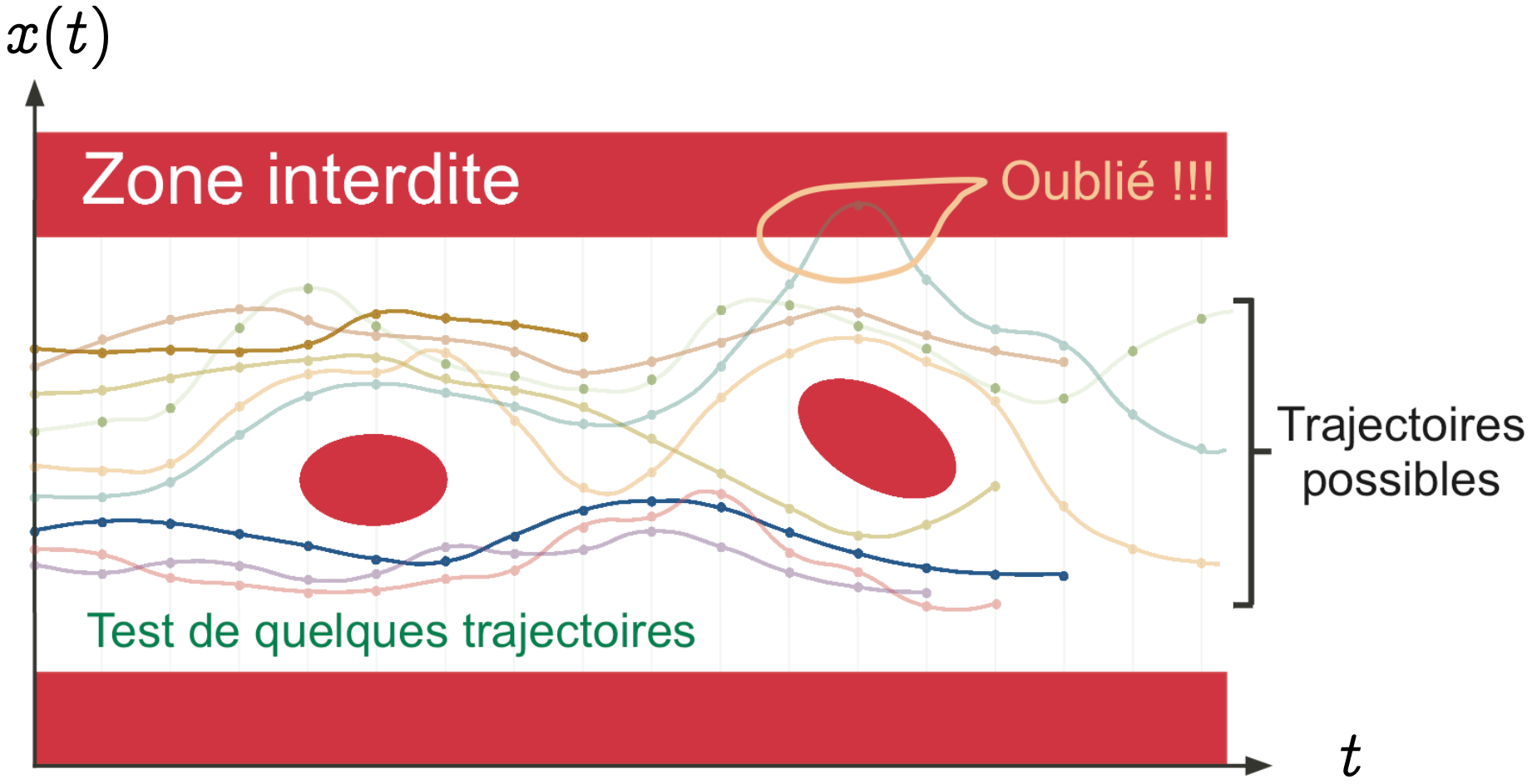

$$\text{Sémantique}[\![P]\!] \subseteq \text{Spécification}[\![P]\!]$$

# Indécidabilité et complexité

- Le problème de la preuve mathématique formelle est indécidable [6]
- Même en supposant tout fini, la complexité est beaucoup trop élevée
- Exemple : 1.000.000 lignes $\times$ 50.000 variables $\times$ 64 bits $\simeq 10^{27}$ états
- À raison de l'examen de $10^{15}$ états par seconde, il faudrait $10^{12}$ s $>$ 300 siècles (et beaucoup de mémoire) !

[6] un ordinateur ne peut pas toujours le résoudre en un temps fini, voir la leçon du 22 février 2008

# Le test est incomplet

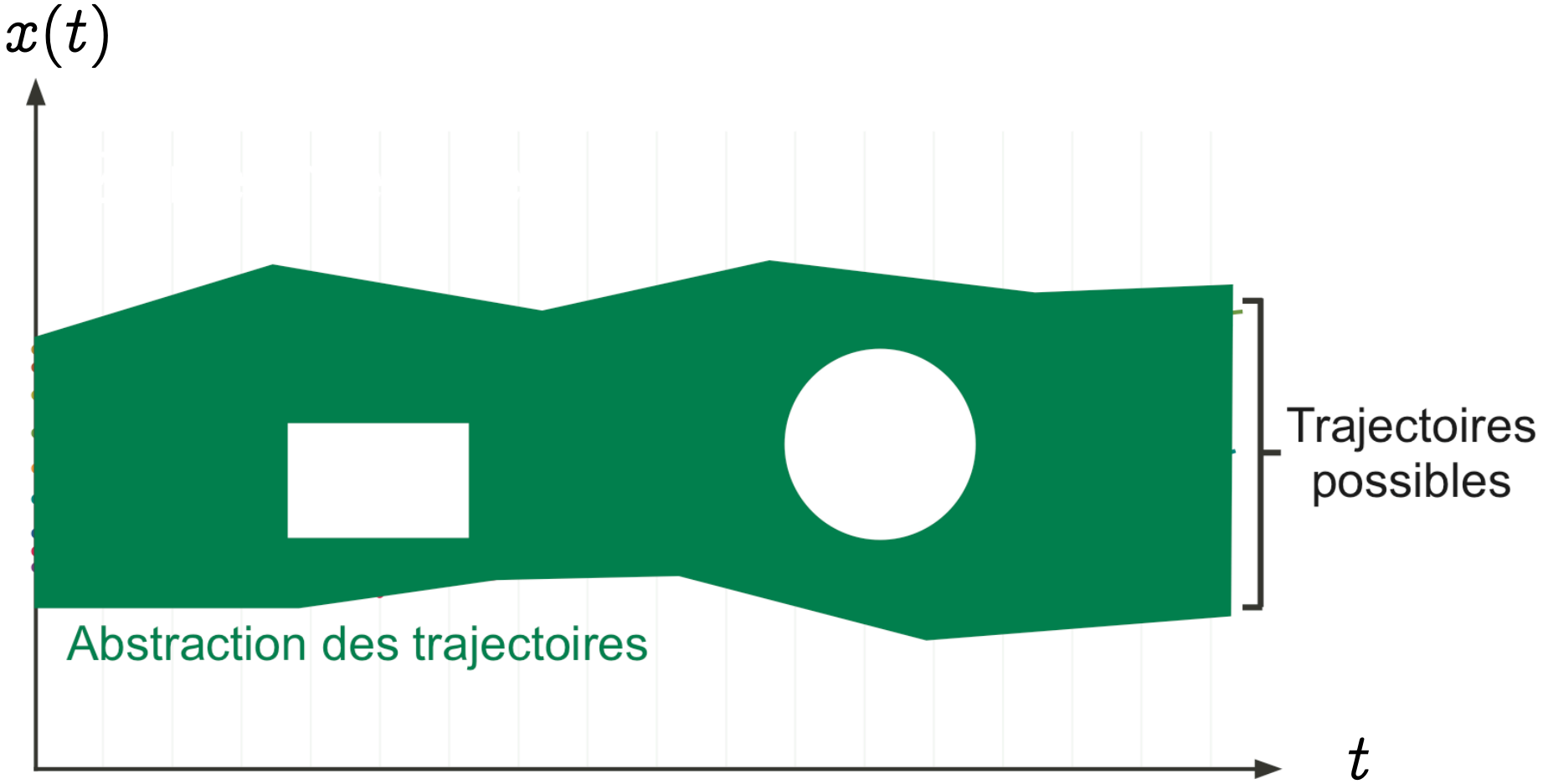


# 3. Interprétation abstraite [1]

Référence

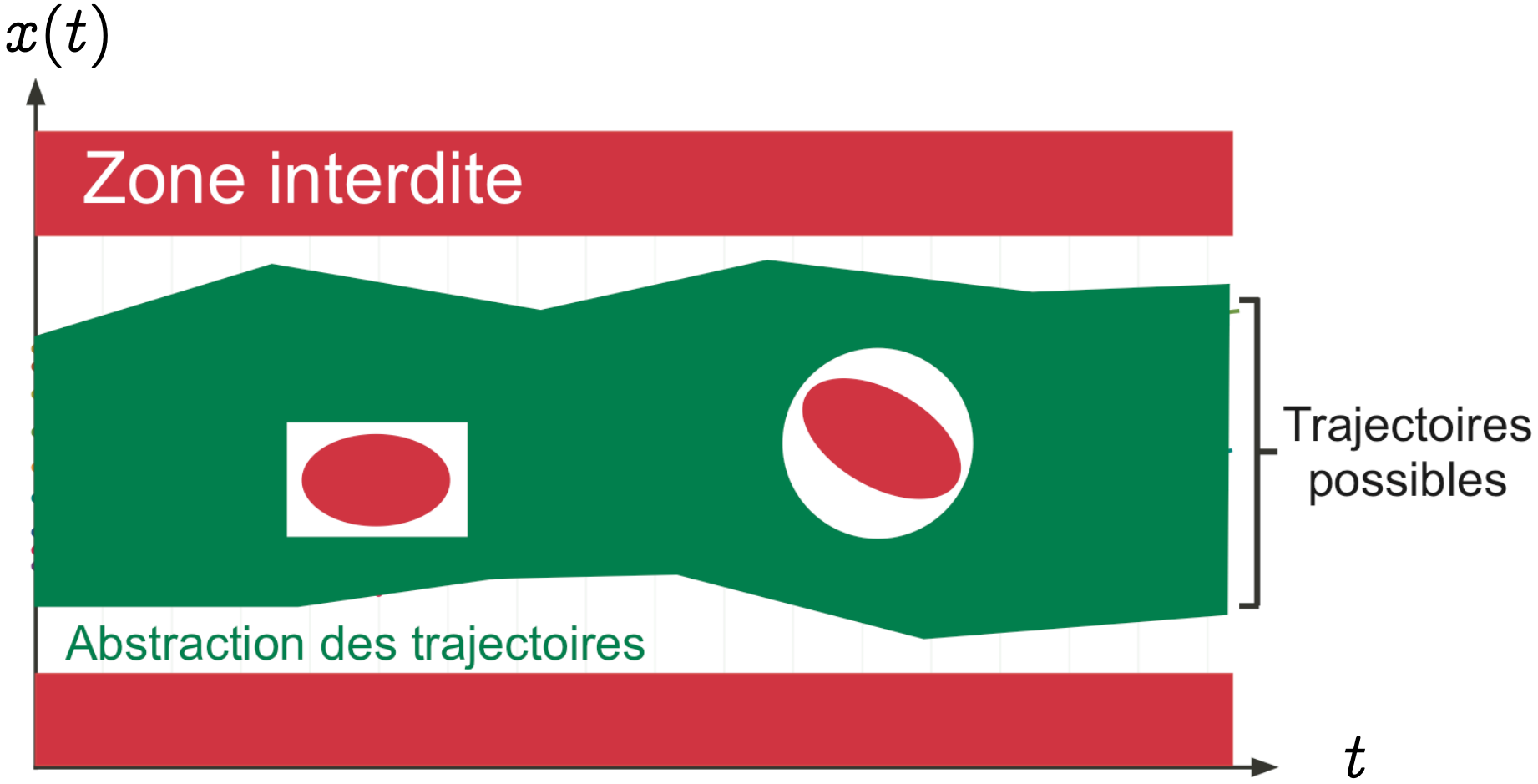
[1] P. Cousot. Méthodes itératives de construction et d'approximation de points fixes d'opérateurs monotones sur un treillis, analyse sémantique de programmes. Thèse d'État ès sciences mathématiques. Université scientifique et médicale de Grenoble. 1978.

# Abstraction du programme $P$




Abstraction(Sémantique$[\![P]\!]$)

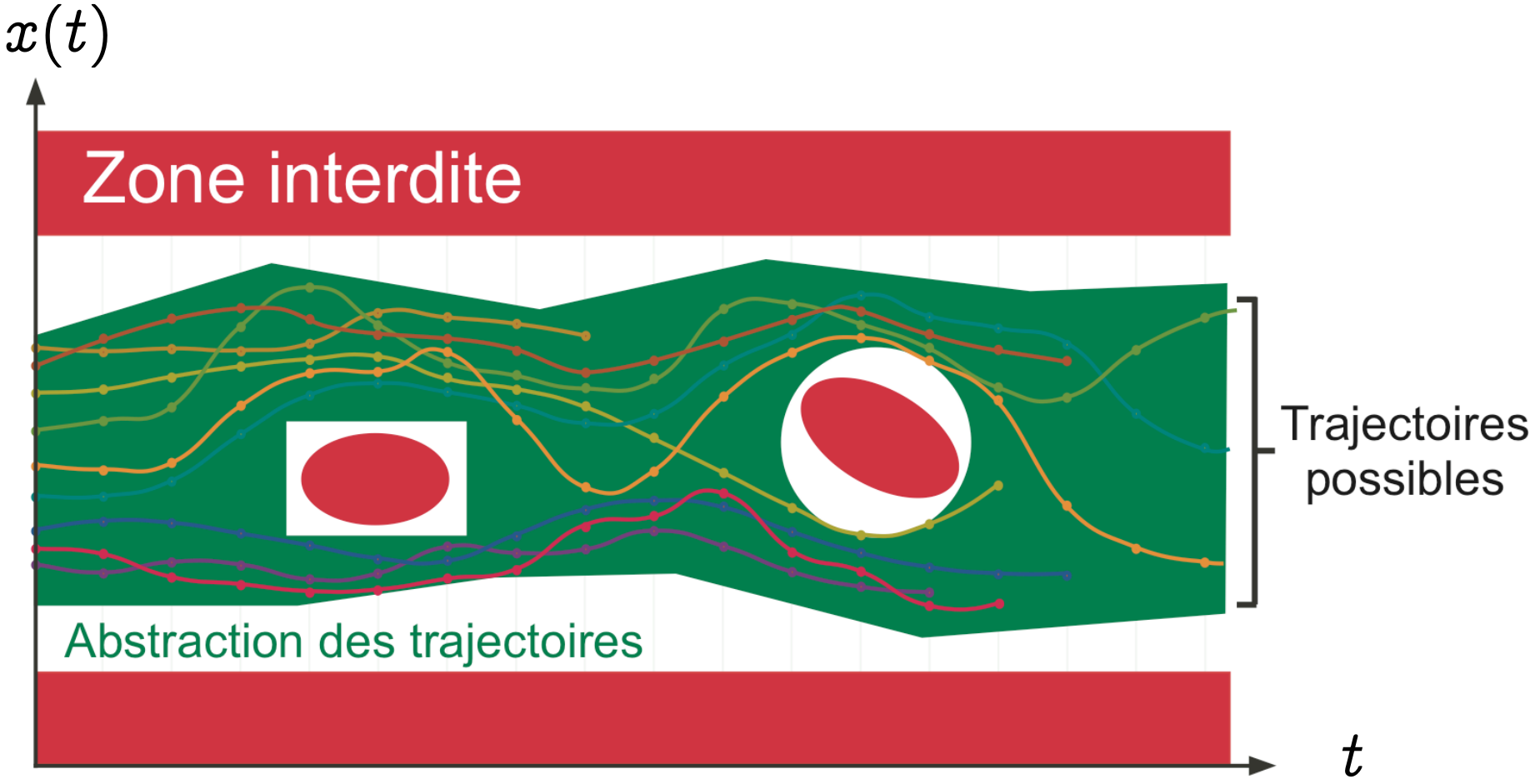
# Preuve par abstraction




$$\text{Abstraction}(\text{Sémantique}[\![P]\!]) \subseteq \text{Spécification}[\![P]\!]$$

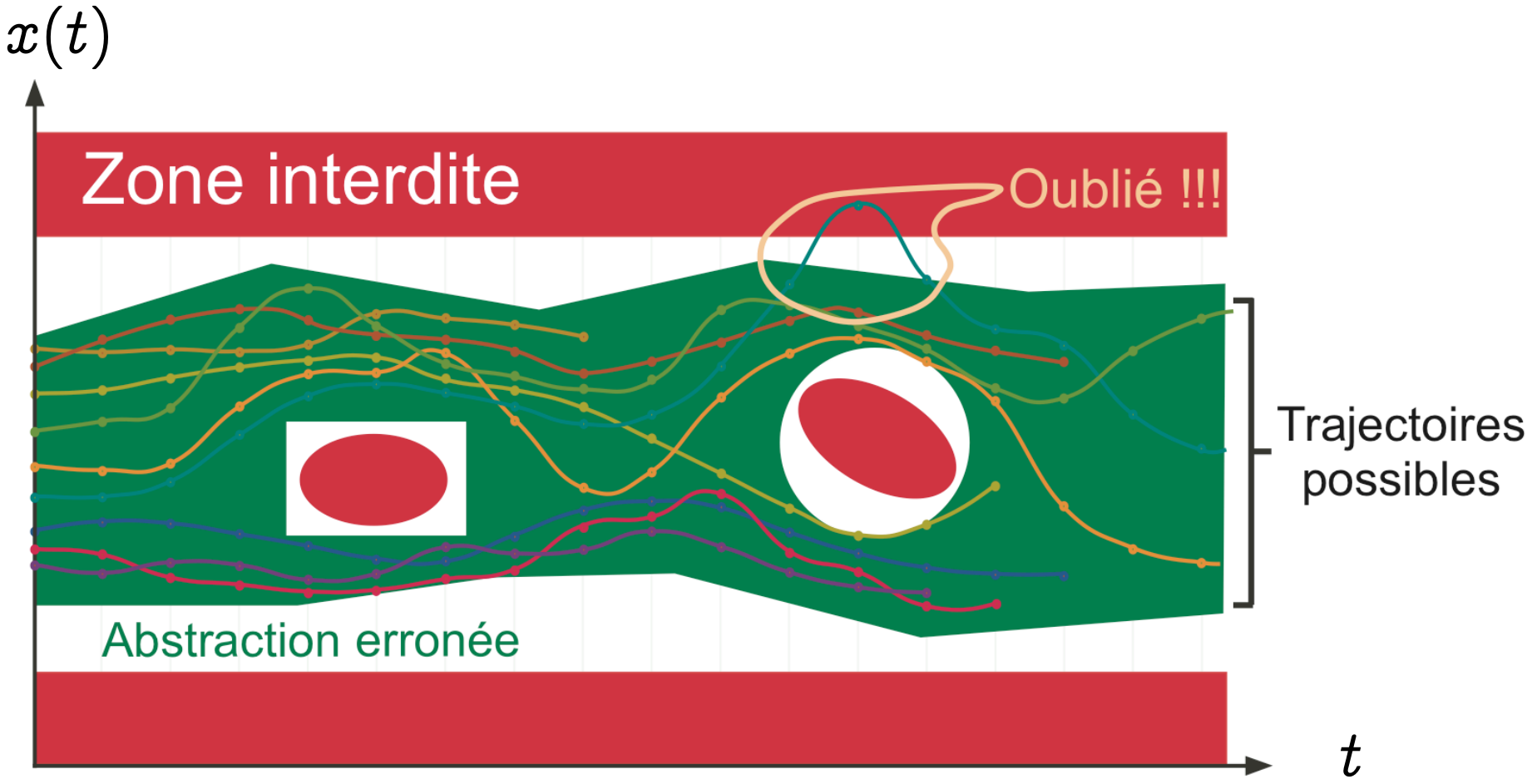
# Correction de l'interprétation abstraite

# L'interprétation abstraite est correcte




$$\text{Sémantique}[\![P]\!] \subseteq \text{Abstraction}(\text{Sémantique}[\![P]\!])$$

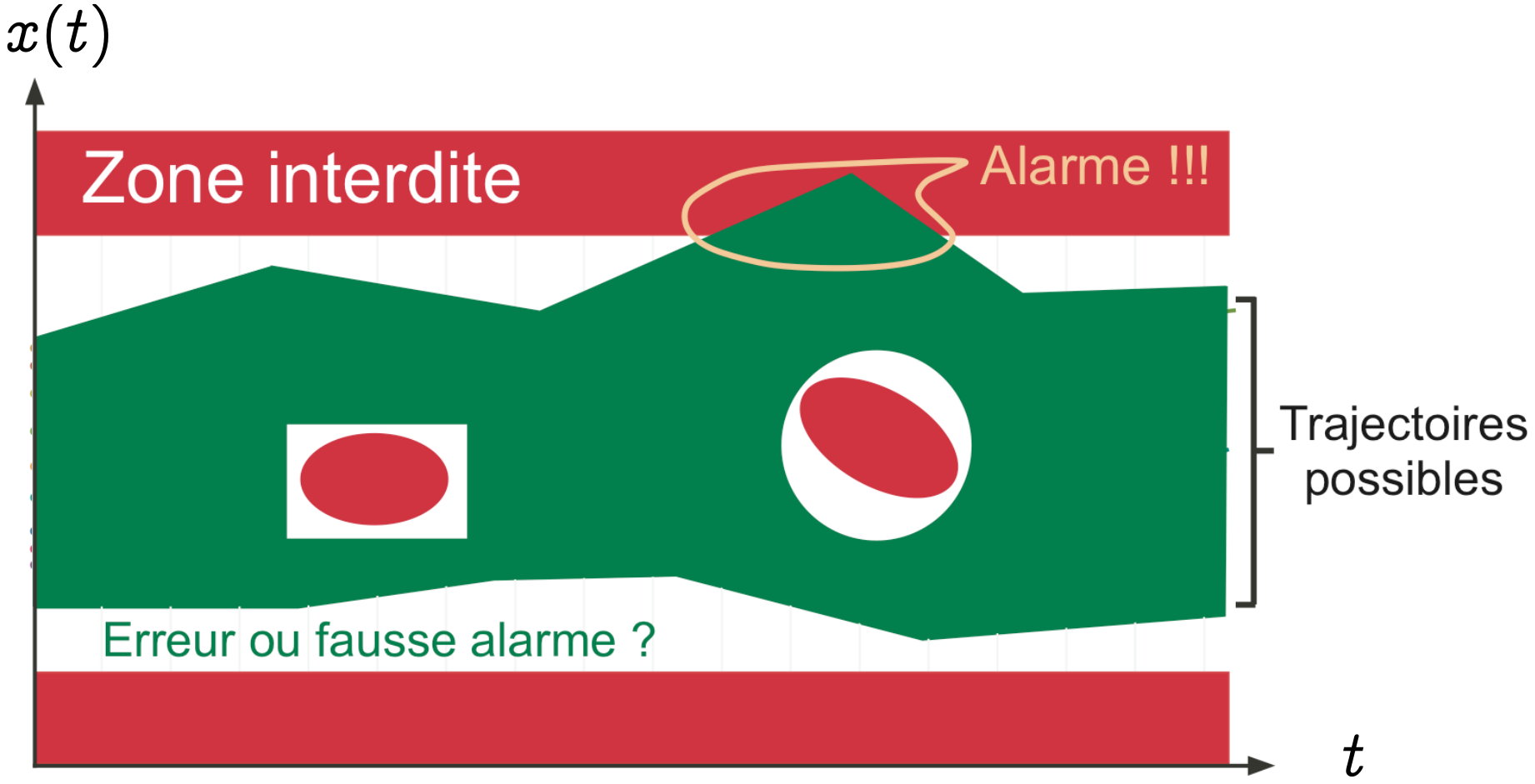
# Exemple d'abstraction erronée [7]



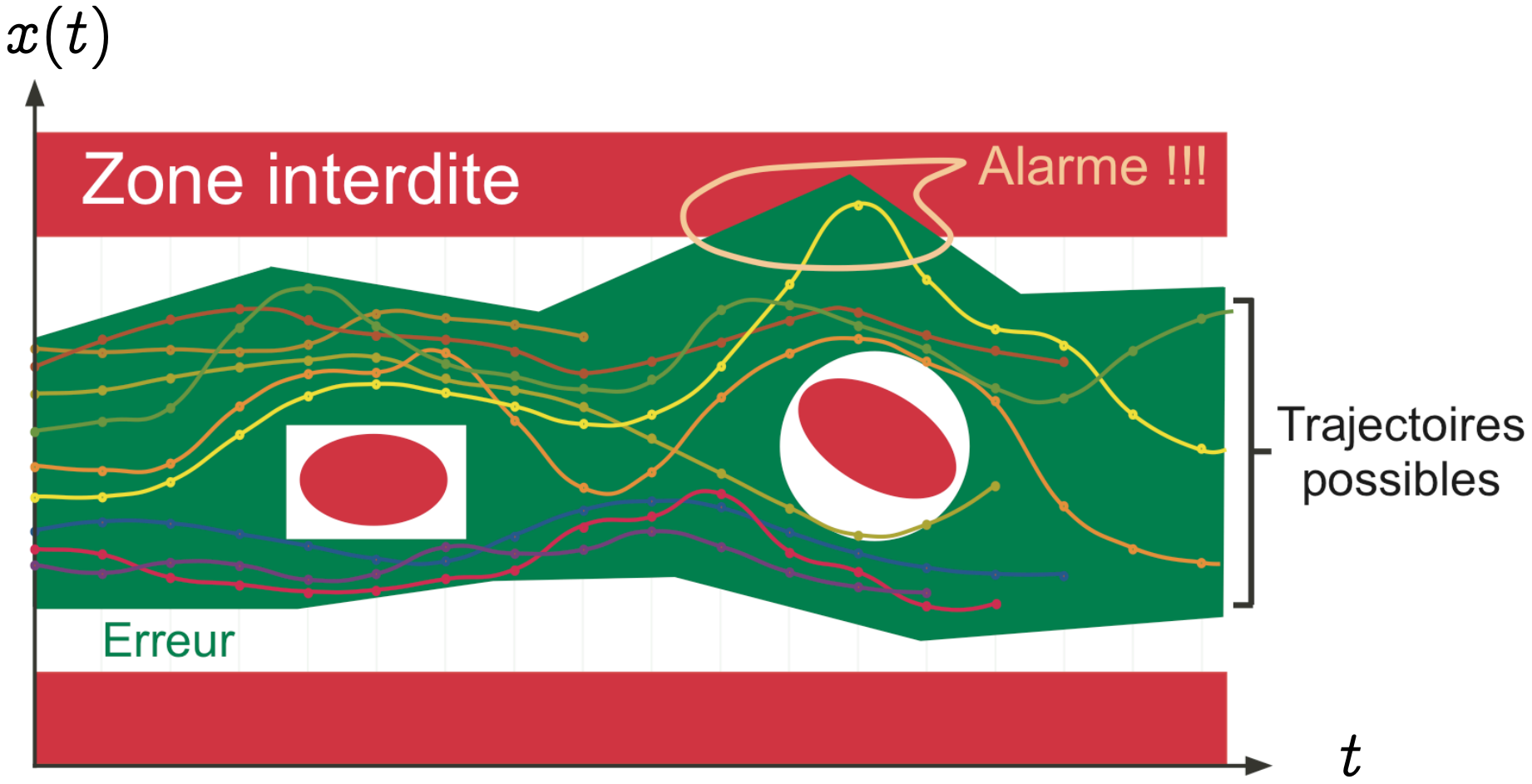

[7] Cette situation est toujours exclue par la théorie de l'interprétation abstraite.

# Incomplétude de l'interprétation abstraite

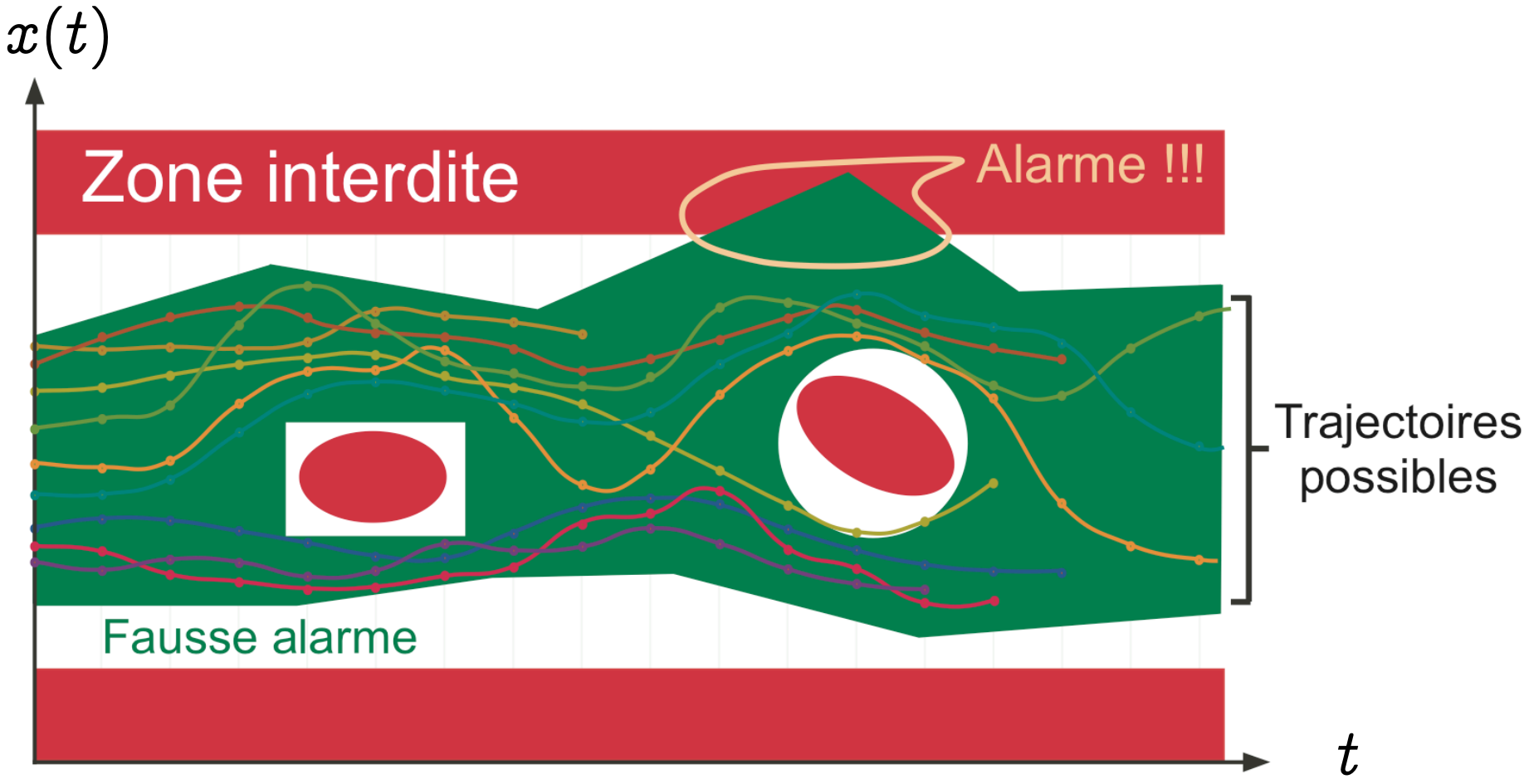
# Alarme


$x(t)$
Zone interdite
Alarme !!!
Trajectoires possibles
Erreur ou fausse alarme ?
$t$

# Une alarme peut correspondre à une erreur



# Une alarme peut correspondre à une approximation



# Applications de l'interprétation abstraite vues dans le cours

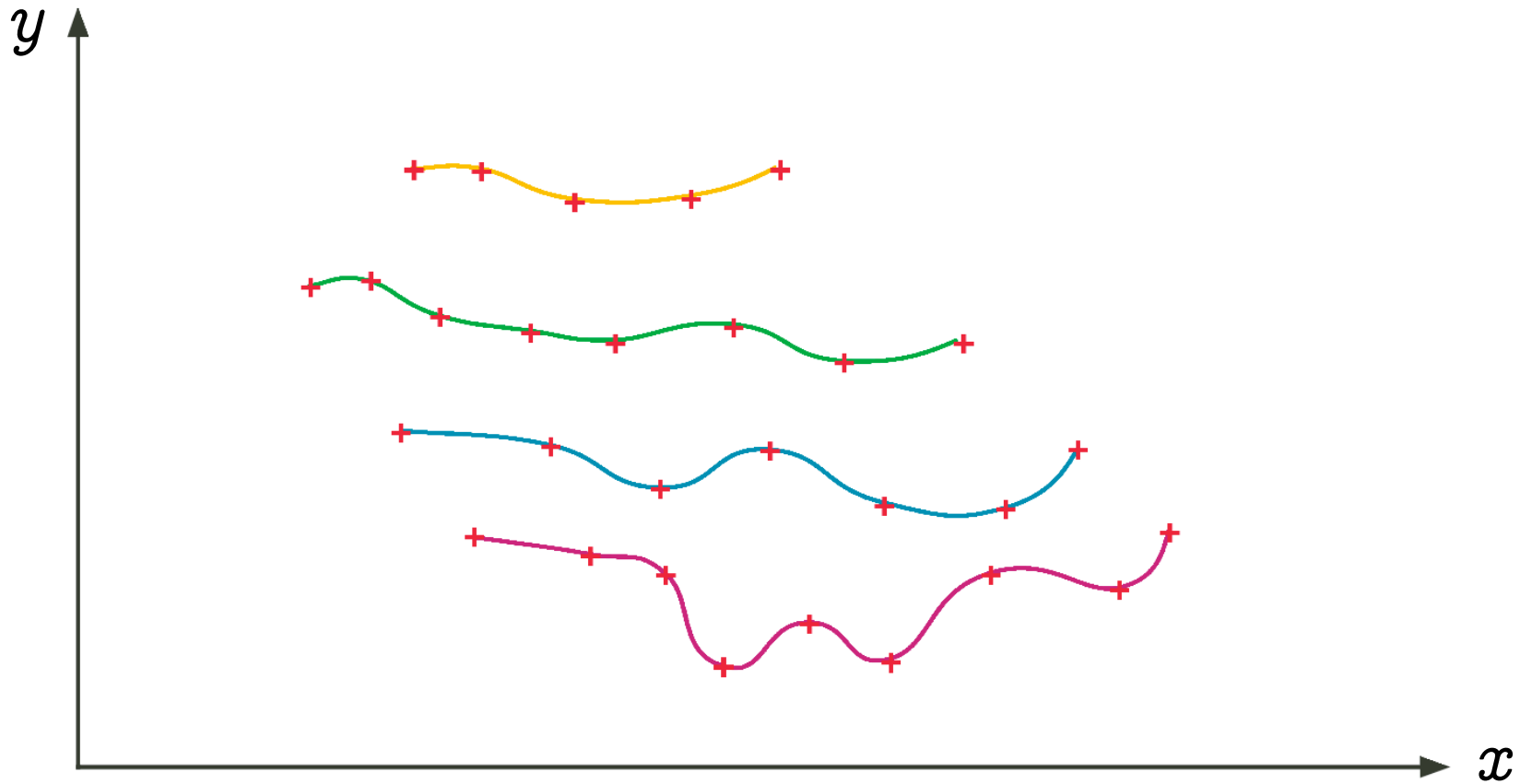
- Le typage [8] [Cou97]
- Le "model-checking" [9] [CC00]
- La transformation des programmes (par exemple pour l'optimisation [8] lors de la compilation) [CC02]
- La définition de sémantiques à différents niveaux d'abstraction [Cou02]
- L'analyse statique pour vérifier l'absence de bugs [BCC+03]
- ...

(8) Voir la leçon du 8 février 2008 et le séminaire de Xavier Leroy

(9) Voir la leçon du 22 février 2008

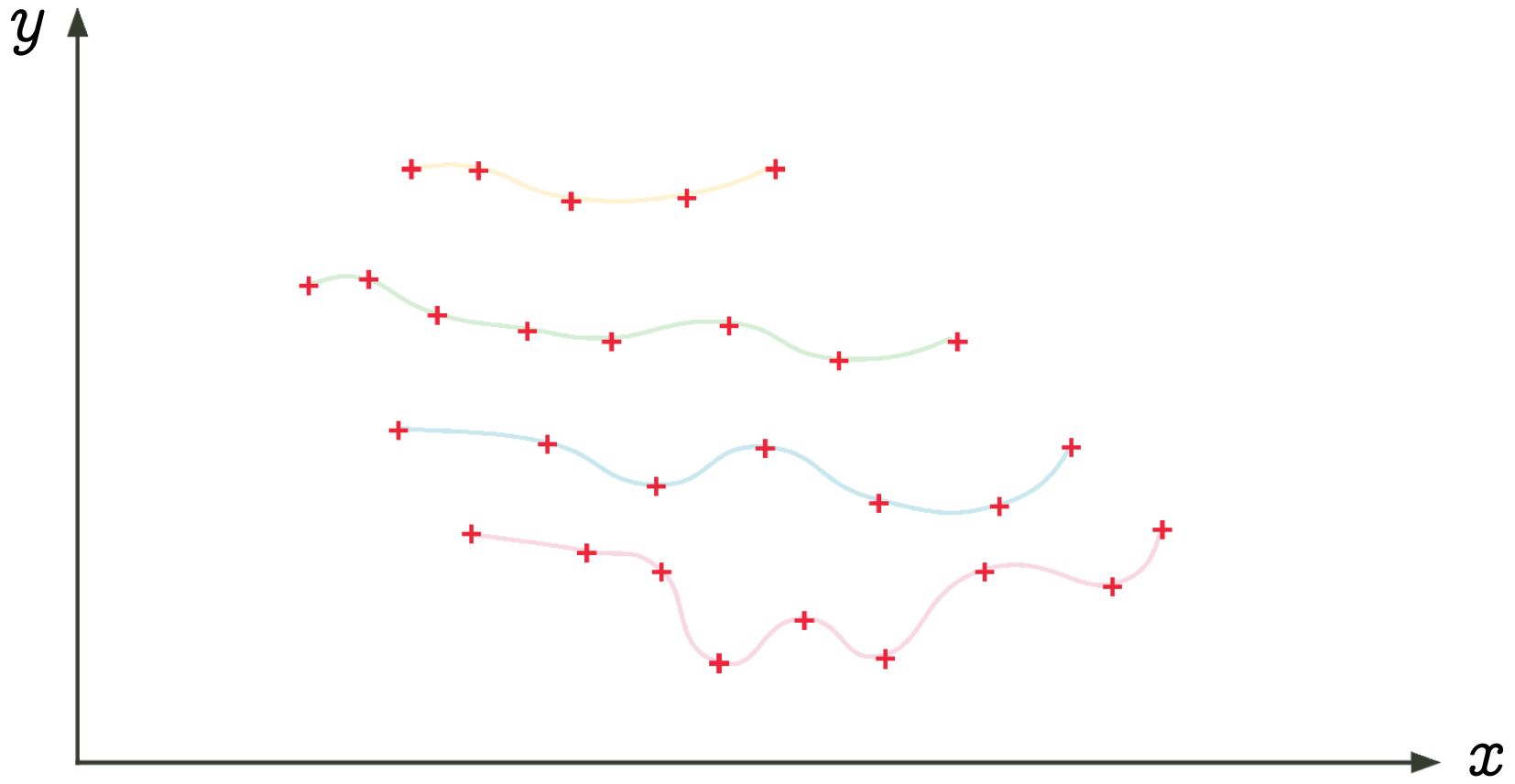
# 4. Application de l'interprétation abstraite à l'analyse statique

# Sémantique



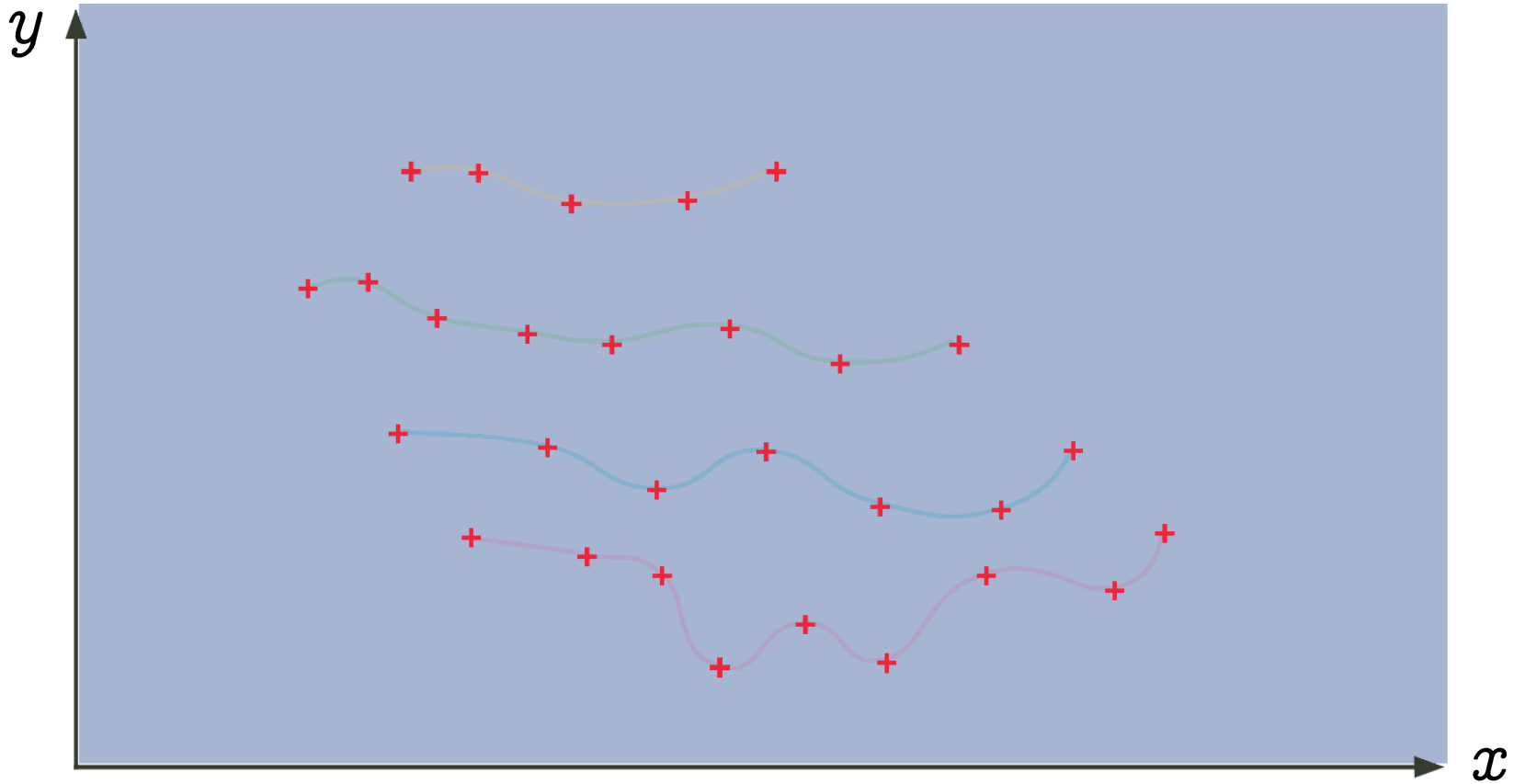

Ensemble (infini) de traces (finies ou infines)

# Abstraction en un ensemble d'états (invariant)



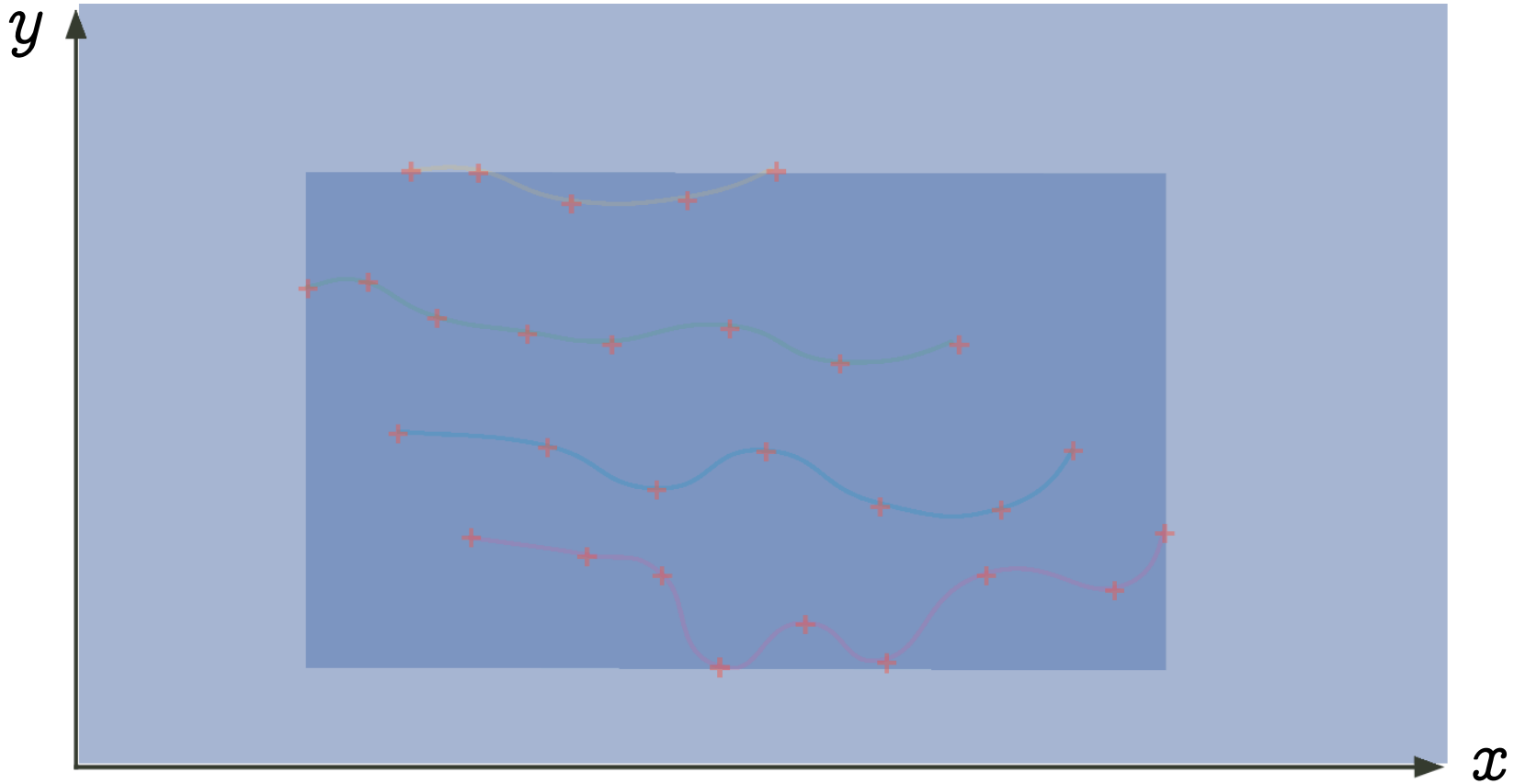

Ensemble de points $\{(x_i, y_i) : i \in \Delta\}$, Hoare logic [Cou02]

# Abstraction par des signes



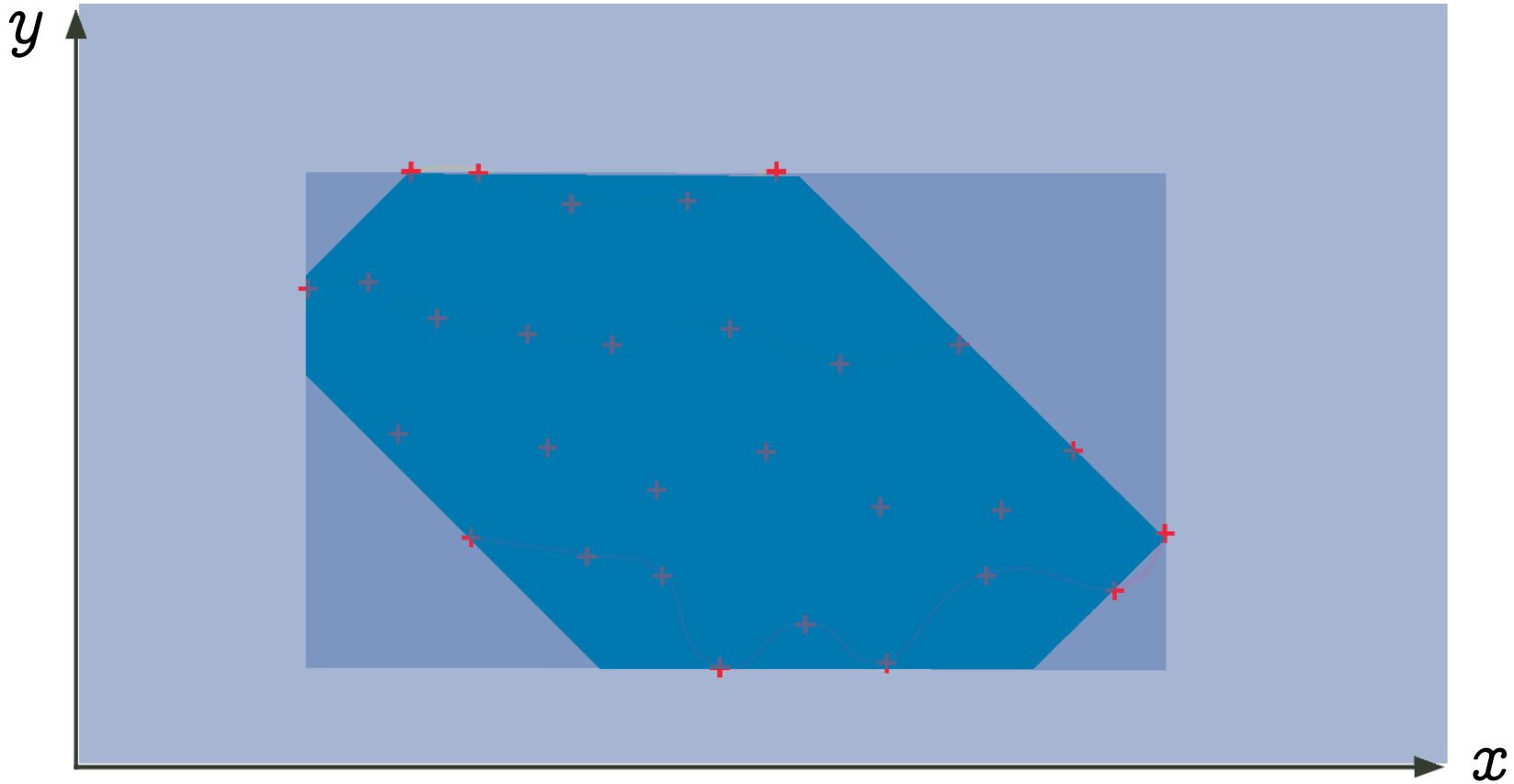

Signes $x \geq 0$, $y \geq 0$ [CC79]

# Abstraction par des intervalles



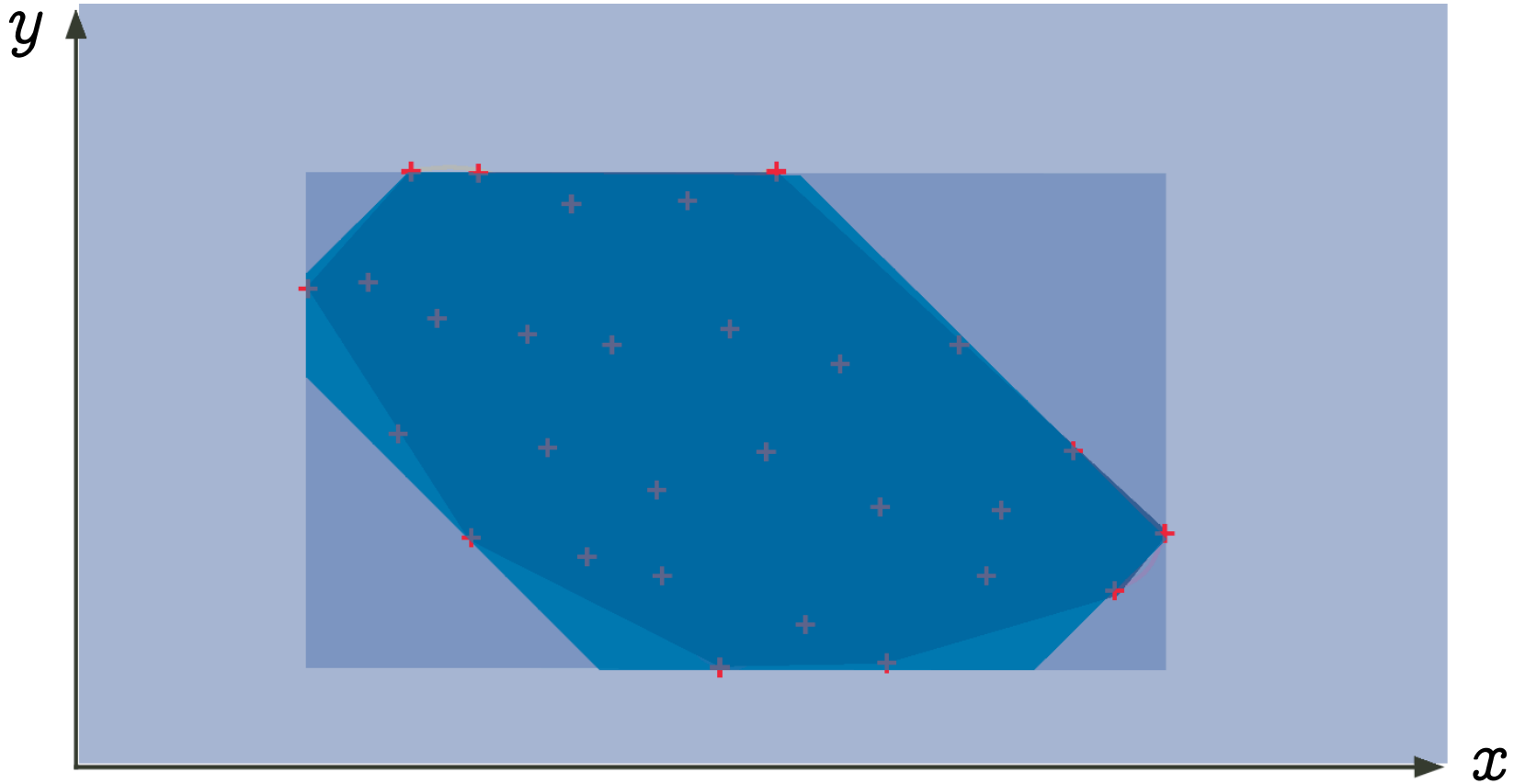

Intervalles $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ [CC77]

# Abstraction par des octogones



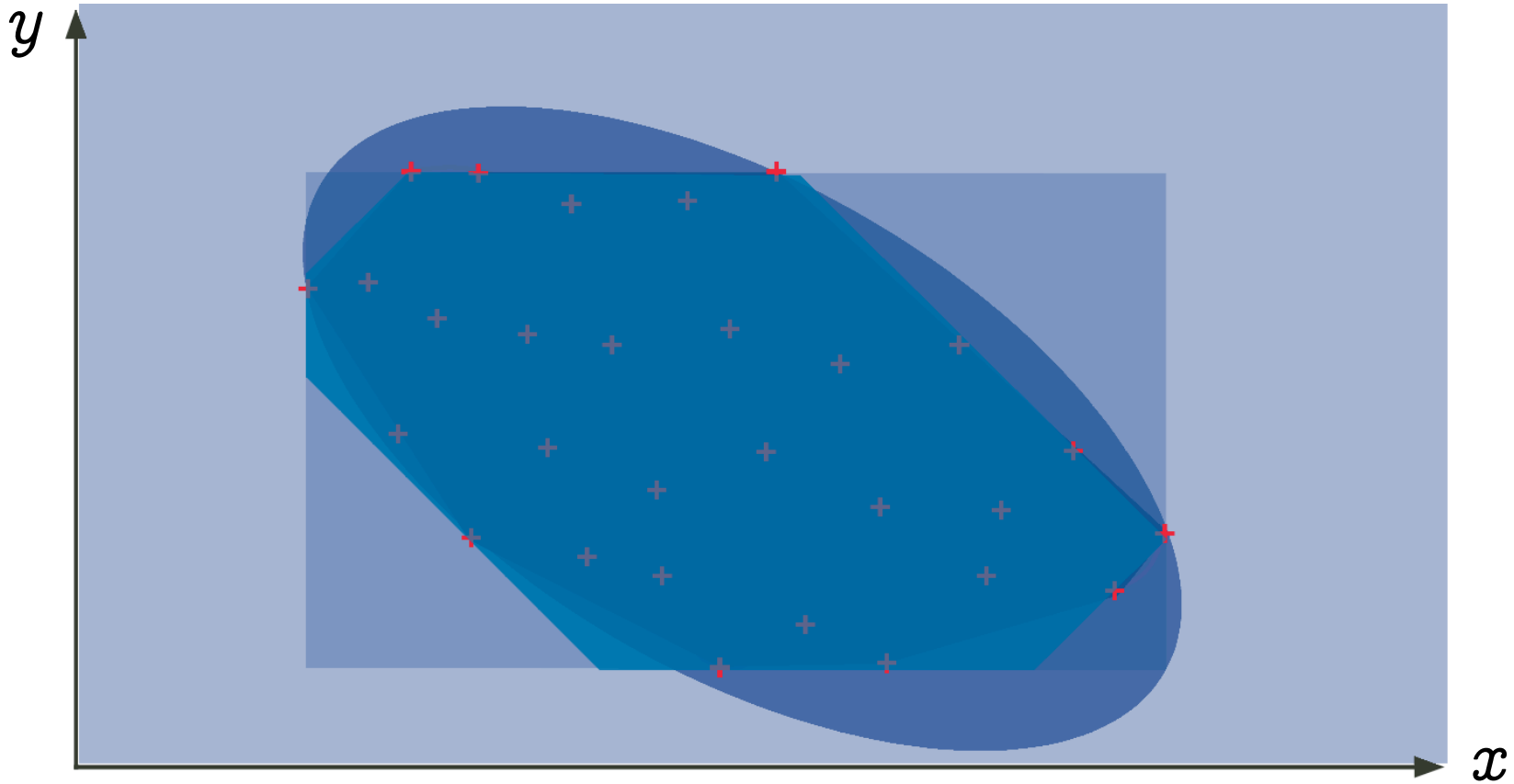

Octogones $x - y \leq a$, $x + y \leq b$ [Min06]

# Abstraction par des polyèdres



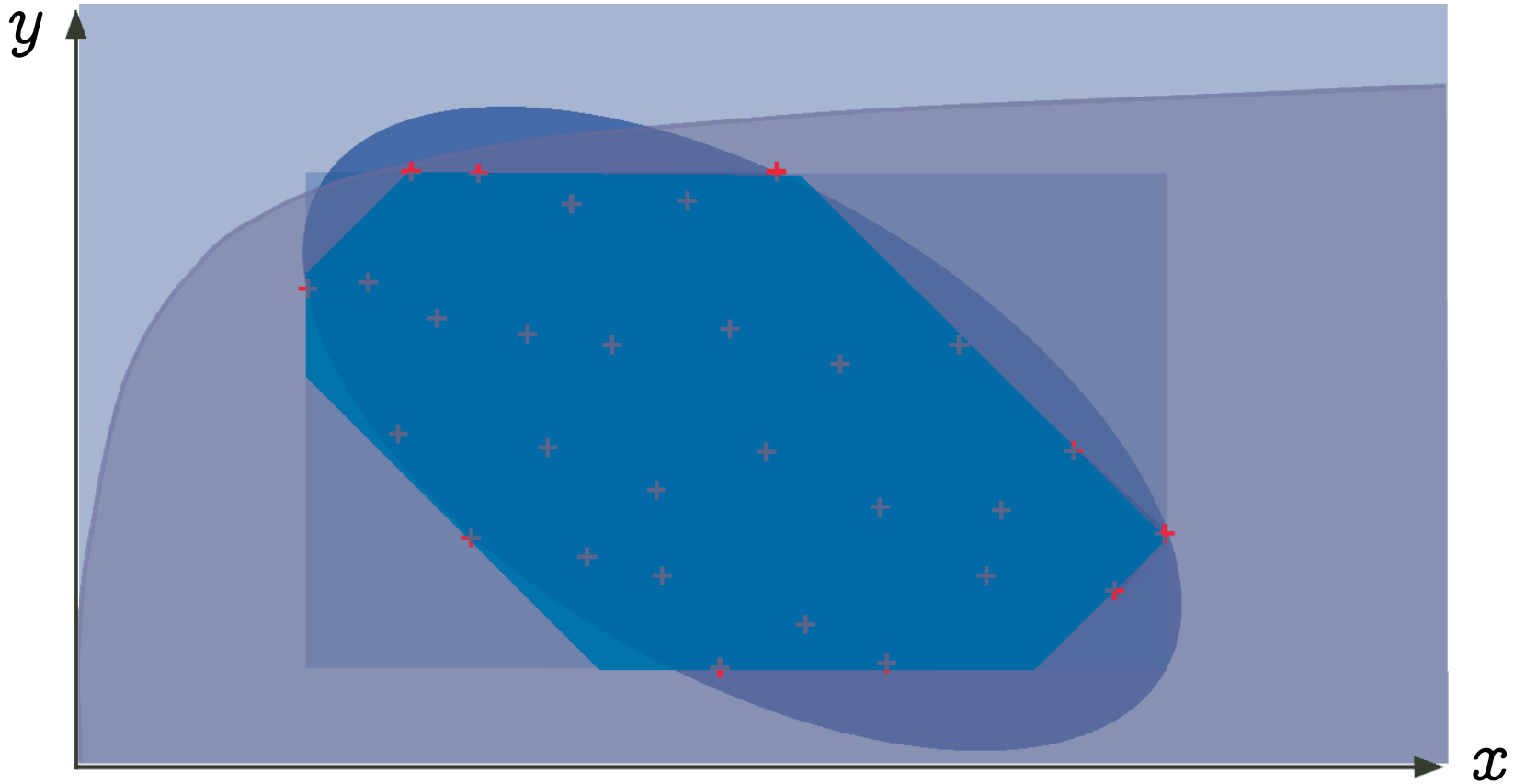

Polyèdres $a.x + b.y \leq c$ [CH78]

# Abstraction par des ellipsoïdes




Ellipsoïdes $(x-a)^2+(y-b)^2 \leq c$ [Fer05b]

# Abstraction par des exponentielles




Exponentielles $a^x \leq y$ [Fer05a]

# 5. Calcul d'invariant par approximation de points fixes [CC77]

# Équation de point fixe

$\{y \geqslant 0\}$ ← hypothèse

```
x = y
```

$\{I(x,y)\}$ ← invariant de boucle

```
while (x > 0) {
  x = x - 1;
}
```

Conditions de vérification de Floyd-Hoare :

$(y \geqslant 0 \wedge x = y) \Longrightarrow I(x,y)$ *initialisation*

$(I(x,y) \wedge x > 0 \wedge x' = x - 1) \Longrightarrow I(x',y)$ *iteration*

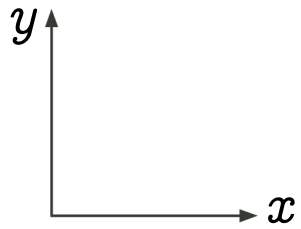
Équation de point fixe :

$I(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I(x+1,y))$ (*i.e.* $I = F(I)$ [10])

(10) On cherche l'invariant $I$ le plus précis, qui implique tous les autres

Itérés $I = \lim_{n \to \infty} F^n(\text{faux})$

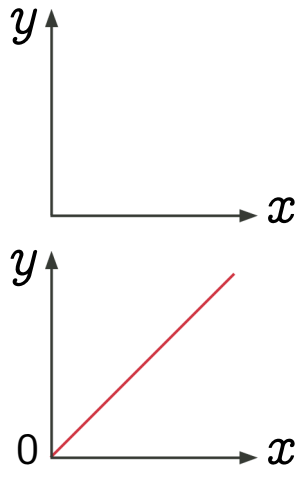
$I^0(x, y) = \text{faux}$



Itérés $I = \lim_{n \to \infty} F^n(\text{faux})$

$$I^0(x, y) = \text{faux}$$

$$I^1(x, y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^0(x + 1, y))$$
$$= 0 \leqslant x = y$$

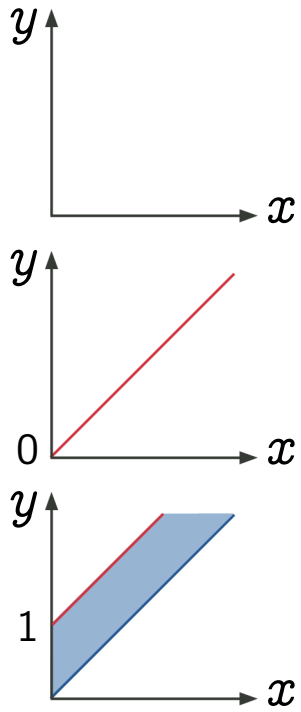


Itérés $I = \lim_{n \to \infty} F^n(\text{faux})$

$$I^0(x,y) = \text{faux}$$

$$I^1(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^0(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x = y$$

$$I^2(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^1(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+1$$



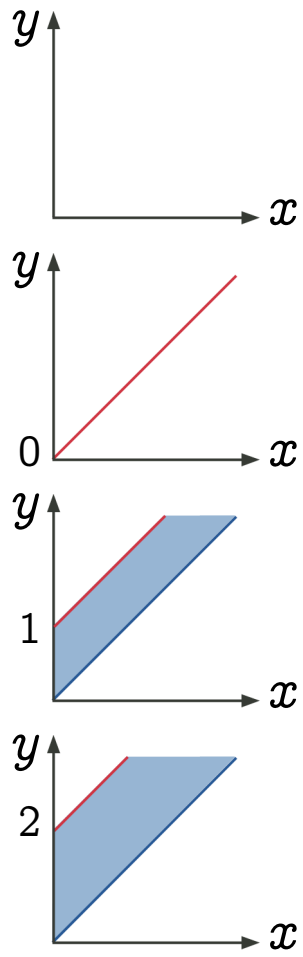
## Itérés $I = \lim_{n \to \infty} F^n(\text{faux})$

$$I^0(x,y) = \text{faux}$$

$$\begin{aligned} I^1(x,y) &= x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^0(x+1,y)) \\ &= 0 \leqslant x = y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I^2(x,y) &= x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^1(x+1,y)) \\ &= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I^3(x,y) &= x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^2(x+1,y)) \\ &= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+2 \end{aligned}$$



## Itérés $I = \lim_{n\to\infty} F^n(\text{faux})$ ... accélérés

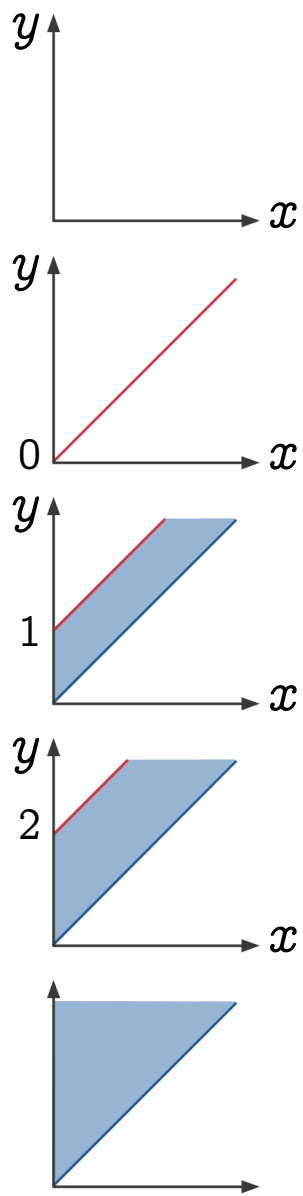
$$I^0(x,y) = \text{faux}$$

$$I^1(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^0(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x = y$$

$$I^2(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^1(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+1$$

$$I^3(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^2(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+2$$

$$I^4(x,y) = I^2(x,y) \,\nabla\, I^3(x,y) \leftarrow \text{widening}$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y$$



## Itérés $I = \lim_{n\to\infty} F^n(\text{faux})$ ... accélérés

$$I^0(x,y) = \text{faux}$$

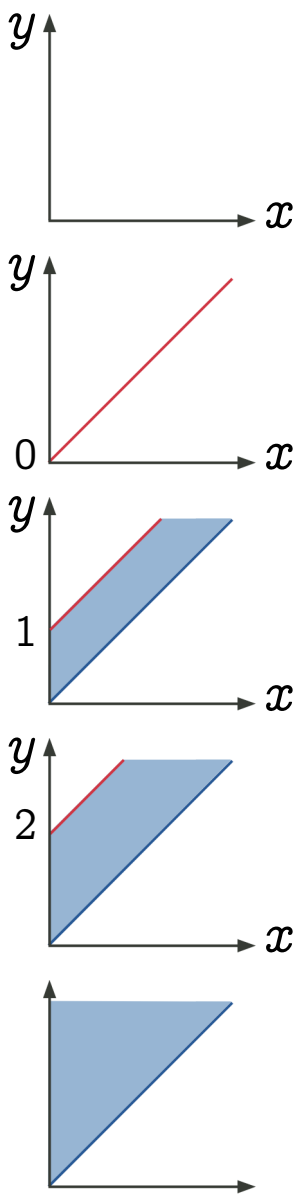
$$I^1(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^0(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x = y$$

$$I^2(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^1(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+1$$

$$I^3(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^2(x+1,y))$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y \leqslant x+2$$

$$I^4(x,y) = I^2(x,y) \,\nabla\, I^3(x,y) \leftarrow \text{widening}$$
$$= 0 \leqslant x \leqslant y$$

$$I^5(x,y) = x \geqslant 0 \wedge (x = y \vee I^4(x+1,y))$$
$$= I^4(x,y) \quad \text{point fixe !}$$

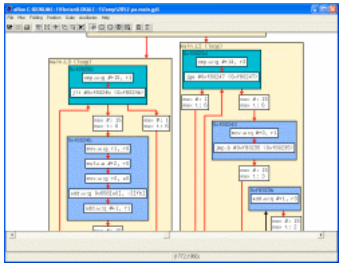


# 6. Application industrielle de l'interprétation abstraite

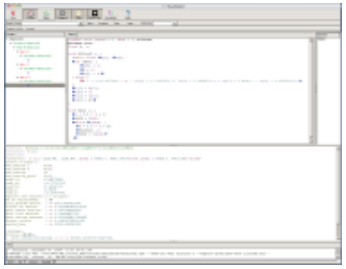
# Exemples d'analyseurs statiques

– Pour les programmes C critiques synchrones embarqués de contrôle/commande (par exemple pour des logiciels de Commande De Vol Électrique [11])

– aiT [FHL+01] est un analyseur statique qui vérifie les temps d'exécution maximaux (pour garantir la synchronisation en temps voulu)



– ASTRÉE [BCC+03] est un analyseur statique qui vérifie l'absence d'erreurs à l'exécution



[11] Voir la leçon du 15 février 2008 et le séminaire de Gérard Ladier

# Exemple d'analyse par ASTRÉE

```
typedef enum {FALSE = 0, TRUE = 1} BOOLEAN;
BOOLEAN INIT; float P, X;
void filter () {
  static float E[2], S[2];
  if (INIT) { S[0] = X; P = X; E[0] = X; }
  else { P = (((((0.5 * X) - (E[0] * 0.7)) + (E[1] * 0.4))
             + (S[0] * 1.5)) - (S[1] * 0.7)); }
  E[1] = E[0]; E[0] = X; S[1] = S[0]; S[0] = P;
  /* S[0], S[1] in [-1327.02698354, 1327.02698354] */
}
void main () { X = 0.2 * X + 5; INIT = TRUE;
  while (1) {
    X = 0.9 * X + 35; /* simulated filter input */
    filter (); INIT = FALSE; }
}
```

# Exemple d'analyse par ASTRÉE

```
% cat retro.c
typedef enum {FALSE=0, TRUE=1} BOOL;
BOOL FIRST;
volatile BOOL SWITCH;
volatile float E;
float P, X, A, B;

void dev( )
{ X=E;
  if (FIRST) { P = X; }
  else
    { P =  (P - ((((2.0 * P) - A) - B)
            * 4.491048e-03)); };
  B = A;
  if (SWITCH) {A = P;}
  else {A = X;}
}
```

```
void main()
{ FIRST = TRUE;
  while (TRUE) {
    dev( );
    FIRST = FALSE;
    __ASTREE_wait_for_clock(());
  }}
% cat retro.config
__ASTREE_volatile_input((E [-15.0, 15.0]));
__ASTREE_volatile_input((SWITCH [0,1]));
__ASTREE_max_clock((3600000));
```

```
|P| <= (15. + 5.87747175411e-39
/ 1.19209290217e-07) * (1 +
1.19209290217e-07)^clock -
5.87747175411e-39 / 1.19209290217e-07
<= 23.0393526881
```

# Résultats industriels obtenus avec ASTRÉE

Preuves automatiques d'absence d'erreur à l'exécution dans des logiciels de Commande De Vol Électrique [12] :

- Logiciel 1 : 132.000 lignes de C, 40mn sur un PC 2.8 GHz, 300 mégaoctets (nov. 2003)
- Logiciel 2 : 1.000.000 de lignes de C, 34h, 8 gigaoctets (nov. 2005)

sans aucune fausse alarme **Premières mondiales !**

[12] Voir la leçon du 15 février 2008 et le séminaire de Gérard Ladier

# 7. Conclusion

# Conclusion

- Vision : pour comprendre le monde numérique, il faut l'analyser à différents niveaux d'abstraction
- Théorie : l'interprétation abstraite assure une cohérence entre ces abstractions et offre des techniques d'approximation effectives
- Applications : le choix d'abstractions effectives suffisamment grossières pour être *calculables* et précises pour *éviter les fausses alarmes* permet de vaincre l'indécidabilité et la complexité dans la vérification des modèles et des programmes

# Le futur

- Génie informatique : La vérification manuelle par contrôle de la méthode de conception du programme [13] sera complétée par la vérification automatique du programme produit
- Systèmes complexes : l'interprétation abstraite s'applique aussi bien à l'analyse des systèmes évolutifs dont on sait décrire le comportement discret (traitement d'images, systèmes biologiques, calcul quantique, etc)

[13] Voir le séminaire de Gérard Ladier du 15 février 2008

# FIN

# FIN

# Merci de votre attention

# 8. Bibliographie

# Courte bibliographie


[BCC+03] B. Blanchet, P. Cousot, R. Cousot, J. Feret, L. Mauborgne, A. Miné, D. Monniaux, and X. Rival. A static analyzer for large safety-critical software. In *Proceedings of the ACM SIGPLAN '2003 Conference on Programming Language Design and Implementation (PLDI)*, pages 196–207, San Diego, Californie, USA, 7–14 juin 2003. ACM Press, New York, New York, USA.

[CC77] P. Cousot and R. Cousot. Abstract interpretation : a unified lattice model for static analysis of programs by construction or approximation of fixpoints. In *Conference Record of the Fourth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 238–252, Los Angeles, Californie, 1977. ACM Press, New York, New York, USA.

[CC79] P. Cousot and R. Cousot. Systematic design of program analysis frameworks. In *Conference Record of the Sixth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 269–282, San Antonio, Texas, 1979. ACM Press, New York, New York, USA.

[CC00] P. Cousot and R. Cousot. Temporal abstract interpretation. In *Conference Record of the Twentysev-enth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 12–25, Boston, Massachusetts, USA, janvier 2000. ACM Press, New York, New York, USA.

[CC02] P. Cousot and R. Cousot. Systematic design of program transformation frameworks by abstract interpretation. In *Conference Record of the Twentyninth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 178–190, Portland, Oregon, USA, janvier 2002. ACM Press, New York, New York, USA.

[CCF+07] P. Cousot, R. Cousot, J. Feret, L. Mauborgne, A. Miné, D. Monniaux, and X. Rival. Varieties of static analyzers : A comparison with ASTRÉE, papier invité. In M. Hinchey, He Jifeng, and J. Sanders, editors, *Proceedings of the First IEEE & IFIP International Symposium on Theoretical Aspects of Software Engineering, TASE '07*, pages 3–17, Shanghai, Chine, 6–8 juin 2007. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, Californie, USA.

[CH78] P. Cousot and N. Halbwachs. Automatic discovery of linear restraints among variables of a program. In *Conference Record of the Fifth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 84–97, Tucson, Arizona, 1978. ACM Press, New York, New York, USA.

[Cou97] P. Cousot. Types as abstract interpretations, papier invité. In *Conference Record of the Twenty-fourth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 316–331, Paris, janvier 1997. ACM Press, New York, New York, USA.

[Cou02] P. Cousot. Constructive design of a hierarchy of semantics of a transition system by abstract interpretation. *Theoretical Computer Science*, 277(1—2) :47–103, 2002.

[DS07] D. Delmas and J. Souyris. ASTRÉE : from research to industry. In G. Filé and H. Riis-Nielson, editors, *Proceedings of the Fourteenth International Symposium on Static Analysis, SAS '07*, Kongens Lyngby, Danemark, Lecture Notes in Computer Science 4634, pages 437–451. Springer, Berlin, Allemagne, 22–24 août 2007.

[Fer05a] J. Feret. The arithmetic-geometric progression abstract domain. In R. Cousot, editor, *Proceedings of the Sixth International Conference on Verification, Model Checking and Abstract Interpretation (VMCAI 2005)*, pages 42–58, Paris, 17–19 janvier 2005. Lecture Notes in Computer Science 3385, Springer, Berlin, Allemagne.

[Fer05b] J. Feret. Numerical abstract domains for digital filters. In *First International Workshop on Numerical & Symbolic Abstract Domains, NSAD'05*, Maison Des Polytechniciens, Paris, 21 janvier 2005.

[FHL+01] C. Ferdinand, R. Heckmann, M. Langenbach, F. Martin, M. Schmidt, H. Theiling, S. Thesing, and R. Wilhelm. Reliable and precise WCET determination for a real-life processor. In T.A. Henzinger and C.M. Kirsch, editors, *Proceedings of the First International Workshop on Embedded Software, EMSOFT'2001*, volume 2211 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 469–485. Springer, Berlin, Allemagne, 2001.

[Min06] A. Miné. The octagon abstract domain. *Higher-Order and Symbolic Computation*, 19 :31–100, 2006.

# Réponses aux questions

- Les entiers sont codés sur 32 bits en C et 31 bits en OCaml (un bit étant gardé pour gérer la mémoire pour le ramassage de miettes (*garbage collection*))
- L'appel de `fact(-1)` appelle `fact(-2)` qui appelle `fact(-3)`, etc. À chaque appel, il faut empiler la paramètre et l'adresse de retour [14], ce qui se termine par un débordement de la pile :

```
% ocaml
        Objective Caml version 3.10.0
# let rec fact n = if (n = 1) then 1 else n * fact(n-1);;
val fact : int -> int = <fun>
# fact(-1);;
Stack overflow during evaluation (looping recursion?).
```

[14] Voir la leçon du 8 février 2008 et le séminaire de Xavier Leroy